ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 DÉCEMBRE 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DU BUREAU ET DES COMMISSIONS ADMINISTRATIVES.

M. **L. Lecornu** est élu Vice-Président pour l'année 1929 par 47 suffrages contre 1 à M. *J. Hadamard*.

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **P. Appell**, par 44 suffrages, et M. **E.-L. Bouvier**, par 45 suffrages, sont réélus membres des Commissions administratives.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En offrant à l'Académie un Mémoire récemment publié à Péking [1] et intitulé *La composition minéralogique et chimique des roches éruptives et particulièrement des laves mésozoïques de la Chine orientale*, M. **A. Lacroix** s'exprime ainsi :

« Ce Mémoire consacré à l'étude des roches éruptives, recueillies en Chine par moi-même et par le P. Teilhard de Chardin au cours de ses deux missions successives, est le premier travail important consacré à la composition chimique et minéralogique des roches de l'Asie continentale nord-

---

[1] A. Lacroix, *Bull. of the Geological Society of China*, 7, 1928, p. 13-59.

orientale; il m'a été possible, grâce en particulier à 75 analyses complètes de roches, de donner la physionomie magmatique calco-alcaline d'une région étendue du nord-est de la Chine. On y trouvera le développement et le complément des conclusions préliminaires que j'ai présentées à l'Académie ([1]) au retour de mon voyage en Extrême-Orient.

« Ce Mémoire est précédé d'une Note ([2]) du P. Teilhard de Chardin fournissant d'intéressantes données géologiques sur les régions d'où proviennent les roches étudiées. »

ÉLECTIONS.

M. **Camille Gutton** est élu Correspondant pour la Section de Physique par 35 suffrages contre 3 à M. *Jean Cabannes* et 1 à M. *Hélois Ollivier*.

M. **Louis Léger** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie par 41 suffrages contre 2 à M. *Louis Vialleton*.

NOMINATIONS.

M. **Charles Nicolle** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes du Centenaire de la fondation de la *Faculté de Médecine du Caire* et au *Congrès international de Médecine tropicale et d'Hygiène* en décembre 1928.

CORRESPONDANCE.

M. **Auguste Lumière**, élu Correspondant pour la Section de Médecine et de Chirurgie, adresse des remercîments à l'Académie.

([1]) A. Lacroix, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 733.

([2]) Teilhard de Chardin, *Les roches post-paléozoïques du nord de la Chine* (*Bull. of the Geological Society of China*, 7, 1928, p. 1-11).

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Pierre Teilhard de Chardin. *Les Roches éruptives post-paléozoïques du nord de la Chine.*

2° *Recherches sur les calcaires paléozoïques et le Briovérien de Bretagne*, par Yves Milon. (Présenté par M. Cayeux.)

ARITHMÉTIQUE. — *Sur une propriété qui semble appartenir aux nombres premiers.* Note de M. **Long**, présentée par M. Hadamard.

Rappelons la propriété suivante, donnée en substance dans la *Théorie des nombres* de M. Cahen (I, p. 370, note) :

Si l'on considère le nombre

$$P = \pm A \pm B, \tag{1}$$

où l'on a

$$A = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \ldots, \qquad B = d^{\delta} e^{\varepsilon} f^{\varphi} \ldots, \tag{2}$$

et où $a, b, c, \ldots, d, e, f, \ldots$ constituent les premiers nombres premiers en partant de 1 sans qu'il en manque un seul :

Ou P est premier, et alors il est supérieur au plus grand des nombres premiers $a, b, c, \ldots, d, e, f, \ldots$;

Ou P n'est pas premier, et alors il est un produit de facteurs premiers tous supérieurs au plus grand des nombres

$$a, b, c, \ldots, d, e, f, \ldots$$

Ceci posé, je trouve la propriété suivante, qui peut être considérée comme une réciproque du théorème énoncé plus haut :

Tout nombre premier P *peut être mis sous la forme* (1), A et B ayant la signification donnée plus haut.

Je ne possède pas la démonstration de cette réciproque, mais je l'ai vérifiée pour tous les nombres premiers inférieurs à 100000 (c'est-à-dire pour les 9600 premiers nombres premiers).

ALGÈBRE. — *Sur l'équation $x^n = a$, où a est un tableau carré du deuxième ordre.* Note de **Herbert Ory**.

Nous résoudrons dans cette Note l'équation $x^n = a$, où a est un tableau carré du deuxième ordre,

$$a = \left\| \begin{matrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{matrix} \right\|$$

et n un nombre entier positif. Nous indiquerons le nombre de solutions que présente cette équation et étudierons quelques propriétés de ses racines. Par racine $n^{\text{ième}}$ de a, nous entendons toute valeur de x qui satisfait à l'équation proposée.

1. *Résolution de l'équation.* — La méthode que nous utilisons est basée sur la théorie des permutations, que nous supposons connue [voir, par exemple, notre article *Sur les tettarions entiers* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo,* 49, p. 393-414), où un exposé succinct en est fait]. Considérons un tableau

$$S = \left\| \begin{matrix} s_1 & s_2 \\ s_3 & s_4 \end{matrix} \right\|$$

soumis, pour le moment, à la seule condition que sa norme,

$$\mathfrak{N}(S) = s_1 s_4 - s_2 s_3,$$

ne soit pas nulle. A l'aide de ce tableau S nous pouvons faire correspondre à a un nouveau tableau $b = S a S^{-1}$; b est une permutation de a; cette permutation est univoque et réciproque, c'est-à-dire qu'à un tableau a elle fait correspondre un seul tableau b et réciproquement, à b correspond par la permutation inverse un et un seul tableau $a = S^{-1} b S$.

Choisissons dès lors comme suit les éléments de S :

$$s_1 = a_1 - a_4 + \sqrt{(a_1 - a_4)^2 + 4 a_3 a_3}, \qquad s_3 = 2 a_3,$$
$$s_3 = 2 a^3, \qquad s_4 = -(a_1 - a_4) - \sqrt{(a_1 - a_4)^2 + 4 a_3 a_3}.$$

Ce choix particulier fait correspondre à a un tableau b qui prend la forme

$$b = \left\| \begin{matrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_4 \end{matrix} \right\|.$$

C'est un tableau carré dont seuls les éléments de la diagonale principale

ne sont pas nuls. La racine $n^{\text{ième}}$ de b s'obtient facilement : il suffit d'extraire les racines $n^{\text{ièmes}}$ de ses éléments diagonaux.

En posant $y^n = b$, nous avons donc

$$y = \begin{Vmatrix} \sqrt[n]{b_1} & 0 \\ 0 & \sqrt[n]{b_4} \end{Vmatrix}.$$

A chaque valeur de y correspond dès lors, par la permutation inverse, une racine x de a :

$$x = S^{-1} y S.$$

L'équation $x^n = a$ est ainsi résolue, quel que soit l'exposant n.

Exemple :

$$x^2 = \begin{Vmatrix} 11 & 16 \\ 8 & 27 \end{Vmatrix}.$$

L'application de la méthode donne

$$x_1 = \begin{Vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{Vmatrix}, \quad x_2 = -\begin{Vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{Vmatrix}, \quad x_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}\begin{Vmatrix} -1 & 8 \\ 4 & 7 \end{Vmatrix}, \quad x_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\begin{Vmatrix} -1 & 8 \\ 4 & 7 \end{Vmatrix}.$$

2. *Nombre de solutions de l'équation* $x^n = a$. — $\sqrt[n]{b_1}$ et $\sqrt[n]{b_4}$ ont chacune n valeurs différentes. Il s'ensuit que y prend n^2 déterminations et, par suite, l'équation $x^n = a$ présente n^2 solutions.

3. *Propriétés des racines*. — *a*. Le produit de deux racines quelconques de l'équation $x^n = a$ est permutable. Si l'on désigne par x_i et x_r deux racines, on a $x_i x_r = x_r x_i$. En effet, à ces deux racines correspondent deux racines y_i et y_r de l'équation $y^n = b$. Or y_i et y_r sont permutables, puisque ce sont des tableaux dont seuls les éléments diagonaux ne sont pas nuls : $y_i y_r = y_r y_i = t$. La permutation utilisée étant univoque et réciproque, elle ne peut faire correspondre au produit t qu'un seul produit $t' = x_i x_r = x_r x_i$.

b. Désignons par x ($i = 1, 2, 3, \ldots, n^2$) les racines de l'équation $x^n = a$. Formons les quantités

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{n^2} = \sum_i^{1 \ldots n^2} x_i,$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + \ldots + x_1 x_{n^2} + x_2 x_3 + \ldots + x_{n^2-1} x_{n^2} = \sum_{i,k}^{1 \ldots n^2} x_i x_k \qquad (i \neq k),$$

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \ldots = \sum_{i,j,k}^{1 \ldots n^2} x_i x_j x_k \qquad (i \neq j \neq k),$$

. . . . ,

$$x_1 x_2 x_3 \ldots x_{n^2}.$$

Nous appellerons ces quantités les fonctions symétriques fondamentales des racines de l'équation $x^n = a$. Il est facile de démontrer que ces fonctions ne sont pas autre chose, abstraction faite des signes, que les coefficients des puissances successives de x dans le développement de l'expression $(x^n - a)^n$ (on ne tient pas compte du coefficient de la plus haute puissance de x).

Exemple : Soit $x^2 = a$, dont les quatre racines sont x_1, x_2, x_3, x_4. On a

$$(x^2 - a)^2 = x^4 - 2ax^2 + a^2;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \quad 0 \quad = \text{coefficient de } x^3,$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots + x_3x_4 = -2a = \quad \text{»} \quad x^2,$$

$$x_1x_2x_3 + \ldots + x_2x_3x_4 = \quad 0 \quad = \quad \text{»} \quad x,$$

$$x_1x_2x_3x_4 = \quad a^2 \quad = \text{terme constant.}$$

On voit l'analogie avec les équations ordinaires.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités relatives à la position d'une sphère à centre fixe.* Note de M. **B. Hostinsky**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit Σ une sphère de rayon égal à l'unité et de centre fixe O, et considérons des rotations U, V, W, dont les axes passent par O. La rotation U sera déterminée par la distance polaire u_1 du point d'intersection C de son axe avec Σ, par la longitude u_2 du point C et par l'angle de rotation $2u_3$. La rotation V (ou W) sera définie par les quantités analogues v_i ou (w_i); $i = 1, 2, 3$. Les relations considérées seront ainsi représentées par les points d'un espace ε à trois dimensions. Pour les obtenir toutes, il faut faire varier u_1 de 0 à π, u_2 de 0 à 2π et u_3 de 0 à $\frac{1}{2}\pi$. L'élément de volume de ε dans le voisinage du point U (u_1, u_2, u_3) sera donné par la formule [1]

$$d\tau_U = \sin u_1 \sin^2 u_3 \, du_1 \, du_2 \, du_3, \tag{1}$$

dont le second membre ne change pas quand on passe de U à la rotation inverse U^{-1}. Le volume total de E est égal à π^2.

Supposons que U résulte de la composition de V et de W (on opère d'abord V, puis W), ce qui s'exprime par la formule symbolique

$$U = V.W. \tag{2}$$

[1] Cette formule a été employée par M. F. Perrin dans sa Thèse (*Étude mathématique du mouvement brownien de rotation*, p. 13. Paris, 1928).

Cette formule est équivalente à trois équations qui donnent les u_i en fonction des v_i et des w_i. Les déterminants fonctionnels des quantités u_i, soit par rapport aux v_i, si les w_i ne changent pas, soit par rapport aux w_i, si les v_i ne changent pas, ont les valeurs

$$(3)\qquad \frac{D(u_1, u_2, u_3)}{D(v_1, v_2, v_3)} = \frac{\sin v_1 \sin v_3^2}{\sin u_1 \sin u_3^2}, \qquad \frac{D(u_1, u_2, u_3)}{D(w_1, w_2, w_3)} = \frac{\sin w_1 \sin w_3^2}{\sin u_1 \sin u_3^2}.$$

2. Désignons par $F(U)\,d\tau_U$ la probabilité pour que le point représentatif d'une rotation U prise au hasard se trouve à l'intérieur de l'élément $d\tau_U$. Nous avons

$$(4)\qquad \iiint F(U)\,d\tau_U = 1,$$

l'intégrale triple (ainsi que toutes les intégrales suivantes) étant étendue à l'espace E.

Nous allons transformer l'intégrale (4) de deux manières différentes en tenant compte de (2). Prenons d'abord les v_i pour variables d'intégration en donnant aux w_i des valeurs arbitraires mais fixes. En tenant compte encore de (1) et de (3) la formule (4) donne

$$(5)\qquad \iiint F(VW)\,d\tau_V = 1 \quad \text{pour V quelconque.}$$

Si l'on prend les w_i pour variables d'intégration, il vient

$$(6)\qquad \iiint F(V.W)\,d\tau_W = 1 \quad \text{pour W quelconque.}$$

3. Soit a une position de Σ et soient b et b' deux autres positions qui se déduisent de a par la rotation U ou par V. Nous écrirons

$$U(a) = b, \qquad V(a) = b', \qquad U^{-1}.V(b) = b'.$$

Donc a étant une position déterminée de Σ, toute autre position b sera représentée par le point de ε qui correspond à U. Un point de ε situé à l'intérieur de l'élément $d\tau_V$ représentera ainsi soit une rotation qui change a en une autre position m (voisine de b), soit cette position elle-même. Et la probabilité pour qu'une rotation amène la sphère Σ de a en m sera égale à $F(U^{-1}.V)d\tau_V$. La fonction $F(U^{-1}.V)$ mesure la densité de probabilité relative au passage de a à b par une seule rotation. La densité de probabilité relative au même passage par n rotations opérées successivement sera

donnée par la formule

$$F^{(n)}(U^{-1}.V) = \iiint F^{(n-1)}(U^{-1}.T)\,F(T^{-1}.V)\,d\tau_T, \qquad F^{(1)} = F.$$

Or remplaçons, dans les formules (5) et (6), V par U^{-1} et W par V; il vient

$$\iiint F(U^{-1}.V)\,d\tau_U = 1 \qquad \text{pour V quelconque,}$$

$$\iiint F(U^{-1}.V)\,d\tau_V = 1 \qquad \text{pour U quelconque.}$$

Par conséquent, $F(U^{-1}.V)$ envisagée comme fonction de deux points U et V satisfait aux conditions de convergence des itérations vers une limite constante ([1]) que j'ai trouvées en étudiant une méthode de M. Hadamard. Il en résulte que

$$\lim_{n=\infty} F^{(n)}(U^{-1}.V) = \frac{1}{\pi^2},$$

et nous avons le résultat suivant : *Quelle que soit la densité de probabilité* F(U) *pourvu qu'elle soit positive et qu'elle satisfasse à la condition* (4), *après un nombre infini de rotations successives, toute position de* Σ *pourra être atteinte avec une densité de probabilité uniforme.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une limite de probabilité au sens de Bienaymé-Tchebycheff.* Note de M. C. **Lurquin**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le théorème de Bienaymé-Tchebycheff assigne un intervalle

(1) $$\left[1 - \frac{1}{\lambda^n},\ 1\right] \qquad (\lambda > 1)$$

auquel appartient la probabilité qu'une valeur du module de la somme des écarts absolus simples $x, y, z, \ldots$ relatifs aux variables éventuelles $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ reste inférieure ou égale à un multiple λ de l'écart moyen de degré n : $\lambda \underset{(n)}{E}(\alpha + \beta + \alpha + \ldots)$.

L'intervalle (1) se présente comme une mesure indirecte approchée de cette probabilité. Le critérium de Bienaymé-Tchebycheff est indépendant de la loi de probabilité des quantités éventuelles qu'on considère ; en faisant

([1]) Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 487-489, formules (1').

intervenir la loi binomiale de probabilité, on établit aisément le théorème de Bernoulli et la loi des grands nombres de Poisson. Il est bien évident que si l'intervalle (1) se resserre, il devient plus favorable et plus avantageux au point de vue probabilitaire. Les recherches dans ce sens ont donné lieu à des travaux intéressants de MM. Cantelli, Pearson, Guldberg, Meidell, Camp, Mezzamotti et d'autres.

2. Considérons la puissance de l'écart moyen de degré ν relatif à la somme des variables éventuelles $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$.

Par définition, on a

$$\underset{(\nu)}{\mathrm{E}}^{n}(\alpha+\beta+\gamma+\ldots)=\left[\sum_{1}^{k}{}_{i}\sum_{1}^{l}{}_{j}\sum_{1}^{m}{}_{h}(x_i+y_j+z_h+\ldots)^{\nu}p_i^{\alpha}p_j^{\beta}p_h^{\gamma}\ldots\right]^{\frac{n}{\nu}},$$

on a posé

$$x_i=\alpha_i-a_\alpha,\qquad y_j=\beta_j-a_\beta,\qquad z_h=\gamma_h-a_\gamma,\qquad \ldots$$

avec

$$a_\alpha=\sum_{1}^{k}{}_{i}\,\alpha_i p_i^{\alpha},\qquad a_\beta=\sum_{1}^{l}{}_{j}\,\beta_j p_j^{\beta},\qquad \ldots.$$

Soit une quantité constante positive donnée θ telle que

$$\theta=\lambda\underset{(n)}{\mathrm{E}}(\alpha+\beta+\gamma+\ldots)\qquad\text{avec } \lambda>1.$$

En faisant, sur l'ensemble des valeurs de l'écart simple total

$$x+y+z+\ldots,$$

la double opération : 1° négliger le groupe des valeurs inférieures ou égales à θ ; 2° remplacer les autres valeurs par θ, on obtient facilement le résultat

$$(2)\qquad \mathrm{P}>1-\frac{\underset{(\nu)}{\mathrm{E}}^{n}(\alpha+\beta+\gamma+\ldots)}{\lambda^{n}\underset{(n)}{\mathrm{E}}^{n}(\alpha+\beta+\gamma+\ldots)},$$

où P désigne la probabilité pour que le module de l'écart simple

$$x+y+z+\ldots$$

ne surpasse pas le multiple λ de l'écart moyen de degré n des variables fortuites $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$.

Le résultat (2) est à rapprocher de celui de M. Guldberg (¹).

(¹) A. Guldberg, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 1382.

3. Considérons le schéma de Bernoulli. On a, avec une approximation suffisante,

$$\underset{(4)}{E(\alpha)} = \sqrt[4]{3}\,\underset{(2)}{E(\alpha)}.$$

Posons $\nu = 2$, $n = 4$. Appliquons la formule (2) au cas d'une seule variable à la recherche d'une limite inférieure de la probabilité P du module de l'écart simple, inférieure au double de l'écart moyen biquadratique.

Le théorème de Bernoulli donne la probabilité

$$P = \Theta\left(\frac{2,6}{\sqrt{2}}\right) = 0,99.$$

Le critérium de Tchebycheff donne

$$P > 1 - \frac{1}{(2,6)^2} = 0,85.$$

Le résultat de M. Guldberg [1] fournit la limite inférieure

$$P > 1 - \frac{1}{2^4} = 0,94.$$

La formule (2) donne une probabilité

$$P > 1 - \frac{1}{(3,2)^4} = 0,98.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes sur la croissance des fonctions holomorphes et sur les séries de Dirichlet.* Note [2] de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Soient ϑ un nombre inférieur à π et $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{n,2}, \ldots$ des points réels ou complexes *situés à droite de l'axe imaginaire* et tels que, si l'on pose $\lambda_n = l_n e^{i\mu_n}$,

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{R} \sum_{l_n < R} \cos\mu_n = 1; \qquad \lim_{n\to\infty} (l_{n+1} - l_n) = h > 0 \quad [3].$$

---

(1) A. Guldberg, *Sur le théorème de Tchebycheff* (*Comptes rendus*, 175, 1922, p. 418).

(2) Séance du 26 novembre 1928.

(3) La deuxième de ces conditions n'est pas nécessaire; elle peut être remplacée par une condition moins restrictive.

Soit, en outre, $\varphi(z)$ une fonction holomorphe dans le demi-plan $\mathcal{R}(z) > 0$ et y satisfaisant, pour $|z|$ assez grand, à la condition

$$(1) \qquad |\varphi(z)| < |e^{[k+(\vartheta+\varepsilon)i]z}\,\Gamma(1+\delta z)| \qquad \text{avec } \vartheta + \frac{\delta\pi}{2} < \pi,$$

quelque petit que soit le nombre positif ε. Alors, *si l'on désigne par* $V(z)$ *l'une des fonctions* $e^{-\gamma z \log z}$, 1, $e^{\Delta z \log z}$, *où* $\gamma > 0$, $0 < \omega < 1$, $0 < \Delta < \delta$, *et si l'inégalité*

$$|\varphi(z)| < e^{[k+(\vartheta+\varepsilon)i]z}\, V(z)|$$

est vérifiée pour la suite de points $\{\lambda_n\}$, *la même inégalité où, peut-être, on devra remplacer le nombre* k *par un nombre* $k' > k$, *est vérifiée identiquement dans tout angle* $|\arg z| < \psi_0 < \frac{\pi}{2}$. *De plus, si* $V(z) = e^{-\gamma z \log z}$ *avec* $\gamma > \frac{2\vartheta}{\pi}$, *la fonction* $\varphi(z)$ *est identiquement nulle.* Ce théorème représente la généralisation du théorème I de ma Note *Sur quelques relations entre la croissance d'une fonction holomorphe, etc.* ([1]), auquel il se réduit pour $\lambda_n = n$. La méthode de démonstration est au fond la même dans le cas général que dans le cas particulier $\lambda_n = n$; elle est basée sur la considération des séries $\Sigma a_n x^{\lambda_n}$. M. Lindelöf avait démontré, pour les séries $\Sigma \varphi(n) x^n$, un théorème très remarquable ([2]); M. Carlson et moi avons généralisé et renversé ce théorème ([3]). En modifiant convenablement la méthode de M. Lindelöf on obtient le théorème suivant sur les séries du type $\Sigma a_n x^{\lambda_n}$.

Théorème II. — *Si la fonction* $\varphi(z)$ *est holomorphe dans le demi-plan* $\mathcal{R}(z) > \alpha$ *et satisfait, pour* $|z|$ *assez grand, à la condition*

$$(2) \qquad |\varphi(z)| < e^{[k+(\vartheta+\varepsilon)i]z}|,$$

quelque petit que soit le nombre positif ε; *si en outre* $\overline{\lim_{n\to\infty}} |\mu_n| = \mu' < \frac{\pi}{2}$, *et si l'on pose*

$$c(z) = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{z^2}{\lambda_n^2}\right), \qquad \alpha_0 = \min[\mathcal{R}(\lambda_n)],$$

la série

$$(3) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(\lambda_n)}{c'(\lambda_n)} x^{\lambda_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(\lambda_n)}{c'(\lambda_n)} e^{-\lambda_n s}$$

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1407. Pour la démonstration, voir mon Mémoire actuellement en impression au *Bulletin des Sciences mathématiques*.

([2]) Lindelöf, *Calcul des résidus*, p. 109 et suiv. Paris, 1905.

([3]) Carlson, *Sur une classe de séries de Taylor*, p. 51. Upsal, 1914. Voir aussi ma Note citée ci-dessus.

représente une fonction $f(x)$ *holomorphe dans l'angle* $\varphi < \arg x < 2\pi - \varphi$ *du plan des* x [*ou dans la bande* $-(2\pi - \varphi) < \mathfrak{I}(s) < -\varphi$ *du plan des* s] *et dans tout angle intérieur ayant pour sommet l'origine, on a*

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \varepsilon(x) & si \quad \alpha > -\alpha_0 \\ x^\alpha \varepsilon(x) + \sum\limits_{\mathcal{R}\lambda_n < \alpha_0} \dfrac{\varphi(-\lambda_n)}{c'(\lambda_n)} x^{-\lambda_n} & si \quad \alpha < -\alpha_0 \end{cases} \qquad \alpha \neq \pm \mathcal{R}(\lambda_n), \quad n = 1, 2, \ldots,$$

$\varepsilon(x)$ *tendant uniformément vers zéro avec* $\frac{1}{x}$.

La modification principale qu'on doit faire dans la démonstration de M. Lindelöf [1] pour obtenir ce théorème consiste à y remplacer $\sin \pi z$ par la fonction $c(z)$ [2]. Le théorème se renverse comme dans le cas $\lambda_n = n$ [3].

Pour obtenir le théorème énoncé au début de cette Note, il faut remplacer, dans le théorème II, la condition (2) par la condition (1). La série (3) peut alors être divergente sur tout le plan; on pourra tout de même affirmer qu'elle est sommable dans un certain domaine par la méthode de sommation qui consiste à attacher à une série Σu_n comme *somme* le nombre

$$\int_0^\infty e^{-\xi^{\frac{1}{\delta}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n \xi^{\lambda_n}}{\Gamma\left(1 + \frac{\lambda_n}{\delta}\right)} d\xi^{\frac{1}{\delta}}$$

(c'est une généralisation de la sommation de M. Borel et l'on démontrera facilement les théorèmes correspondants); *la somme ainsi définie de* (3) *satisfait à l'énoncé du théorème II*. Dans ce cas aussi, le théorème peut être renversé [4].

On peut tirer de cette méthode des conclusions sur les points singuliers des fonctions représentées par des séries de Dirichlet en usant des procédés appliqués par M. Lindelöf au Chapitre V de son *Calcul des résidus*. Ces

---

(1) LINDELÖF, *loc. cit.*

(2) Les propriétés de $c(z)$ ont été étudiées par divers auteurs, notamment par MM. Carlson, Ostrowski, Szasz. Voir surtout, pour le cas des λ_n réels, CARLSON, *Ueber Potenzreihen* (*Math. Ann.*, 79, 1919, p. 239), et OSTROWSKI, *Einige Bemerkungen über Singularitäten* (*Sitzungsberichte Preuss. Akad.*, 1923, p. 39); on trouvera aisément les autres propriétés nécessaires pour notre sujet, et leur généralisation pour le cas des λ_n complexes.

(3) Voir mes Notes *Sopra l'interpolazione, ecc.* (*Rendiconti Acc. Lincei*, 6e série, 3, 1926, p. 732) et *Complementi, ecc.* (*Ibid.*, 7, 1928, p. 979).

(4) Voir MARCEL RIESZ, *Sur la représentation analytique* (*Acta math.*, 35, 1911, p. 1).

résultats, que je compte publier prochainement, me paraissent présenter quelque intérêt, surtout si on les relie aux travaux de M. Cramèr et aux dernières recherches de M. Mandelbrojt sur les points singuliers des séries de Dirichlet.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le calcul symbolique de Dirac.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

L'emploi de symboles tels que X, Y, Z, ayant l'aspect de variables algébriques, mais qui désignent des opérations fonctionnelles, est courant dans la théorie des groupes; Heaviside a introduit ces symboles dans la théorie des équations différentielles à coefficients constants. Ce qui semble nouveau, chez Dirac, c'est l'introduction d'opérateurs non commutatifs α, β, γ, permettant la décomposition en facteurs d'expressions telles que $X^2 + Y^2 - Z^2$, X, Y, Z désignant des opérateurs indépendants et commutatifs. Ainsi, si

$$(1) \qquad \alpha^2 = \beta^2 = 1, \qquad \gamma^2 = -1,$$

$$(2) \qquad \alpha\beta + \beta\alpha = \beta\gamma + \gamma\beta = \gamma\alpha + \alpha\beta = 0$$ [1],

les produits tels que αXY étant indépendants de l'ordre des facteurs, on a

$$(3) \qquad X^2 + Y^2 - Z^2 = (\alpha X + \beta Y + \gamma Z)^2.$$

Supposons, ponr fixer les idées, que α, β, γ représentent des substitutions linéaires et homogènes effectuées sur p variables $x_1, x_2, \ldots, x_p$; 0 représentera une substitution dont tous les coefficients sont nuls. Il importe de remarquer que, si $p > 1$, un carré ou un produit peut être nul sans qu'aucun des facteurs le soit; seulement, si cela a lieu pour un produit de deux facteurs, ils correspondent à des substitutions dégénérées dont les déterminants sont nuls. Ainsi, une solution de $X^2 + Y^2 - Z^2 = 0$ n'annule pas nécessairement $\alpha X + \beta Y + \gamma Z$, mais annule le déterminant de cette substitution; il en résulte qu'on ne peut appliquer la formule (3) qu'avec beaucoup de précautions à l'intégration de l'équation $X^2 + Y^2 - Z^2 = 0$; on a un procédé permettant de trouver des solutions, mais non toutes les solutions.

---

[1] On peut remarquer que, compte tenu de (1), les équation (2) peuvent s'écrire

$$(\alpha\beta)^2 = -1, \qquad (\beta\gamma)^2 = (\alpha\gamma)^2 = 1.$$

Cherchons à déterminer α, β, γ. On déduit évidemment de $\alpha^2 = 1$ que α est une substitution de déterminant $|\alpha| = \pm 1$; d'une manière plus précise, par une substitution linéaire et homogène sur les x_i, α est réductible à la forme

$$(4) \qquad x'_i = \varepsilon_i x_i,$$

chacun des ε_i représentant ± 1; c'est donc une symétrie; β est d'une forme analogue.

De la relation $\alpha\beta = -\beta\alpha$, on déduit d'abord que l'on a entre les déterminants $|\alpha|$ et $|\beta|$ la relation

$$|\alpha|\,|\beta|\,[1 - (-1)^p] = 0;$$

les premiers facteurs étant égaux à ± 1, p doit être pair. Si $p = 2$, on a, pour les équations $\alpha^2 = \beta^2 = 1$, $\alpha\beta + \beta\alpha = 0$, la solution évidente

$$(\alpha) \qquad x' = x, \qquad y' = -y,$$

$$(\beta) \qquad x' + y' = x + y, \qquad x' - y' = -(x - y),$$

c'est-à-dire que α étant une symétrie par rapport à Ox, β est une symétrie par rapport à la première bissectrice; toutes les autres solutions se déduisent de celle-là en effectuant une même substitution, d'une part sur x et y, d'autre part sur x' et y'; de toutes façons, les deux droites invariantes dans chacune des transformations considérées sont conjuguées dans l'autre. Si $p = 2q > 2$, il faut grouper les variables en q groupes de 2, et pour chacun des groupes appliquer la formule ci-dessus; il n'y a pas d'autre solution que celles déduites de la précédente par une substitution linéaire.

Si maintenant nous prenons pour γ le produit $\alpha\beta$, c'est-à-dire la rotation d'un quart de tour

$$(\gamma) \qquad x' = -y, \qquad y' = x,$$

nous avons vérifié l'ensemble des relations (1) et (2), et, si $p = 2$, il n'y a pas d'autres solutions que celles réductibles à cette forme. On remarque que nous avons ainsi la possibilité de décomposer en un produit une forme à six carrés indépendants du type

$$(5) \qquad (X^2 + Y^2 - Z^2) - (U^2 + V^2 - W^2).$$

Il suffit d'identifier chacune des parenthèses à un carré.

Si les signes sont différents de ceux qui figurent dans l'expression précédente, on ne peut arriver à un résultat analogue, pour $p = 2$, qu'en intro-

duisant des imaginaires; en remplaçant par exemple Y par iY, on mettra $X^2 + Y^2 + Z^2$ sous la forme d'un carré, et

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - (U^2 + V^2 - W^2) \tag{6}$$

sous celle d'un produit. Mais on peut y arriver sans l'introduction d'imaginaires en prenant $p = 4$. Désignant les quatre variables par x_1, y_1, x_2, y_2, on définira α et β par les mêmes formules que ci-dessus, en les appliquant indépendamment à chacun des groupes x_i, y_i; en définissant ensuite γ_1 par les formules

$$x'_1 + x'_2 + y'_1 - y'_2 = x_1 + x_2 + y_1 - y_2,$$
$$x'_1 + x'_2 - y'_1 + y'_2 = -(x_1 + x_2 - y_1 + y_2),$$
$$x'_1 - x'_2 - y'_1 - y'_2 = x_1 - x_2 - y_1 - y_2,$$
$$x'_1 - x'_2 + y'_1 + y'_2 = -(x_1 - x_2 + y_1 + y_2),$$

et posant toujours $\gamma = \alpha\beta$, on peut, sans l'introduction d'imaginaires, mettre l'expression (6) sous la forme

$$(\alpha X + \beta Y + \gamma_1 Z)^2 - (\alpha U + \beta V + \gamma W)^2,$$

et par suite sous la forme d'un produit.

En donnant à p des valeurs plus élevées, on pourra de même décomposer en facteurs du premier degré des expressions contenant un plus grand nombre de carrés indépendants.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le calcul approché des nombres fondamentaux.* Note de M. **F.-H. van den Dungen**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait que le calcul des nombres fondamentaux autres que le plus petit, en valeur absolue, présente des difficultés sérieuses dans de nombreux cas d'application : problèmes de vibrations, théorie des quanta, vitesses critiques, etc. On ne peut, en effet, souvent connaître la valeur exacte du premier nombre et l'on ne peut, par suite, utiliser le procédé classique d'élimination.

2. Supposons que l'équation différentielle du problème soit

$$L(g) + \lambda y = 0, \tag{1}$$

la solution devant satisfaire à des conditions aux limites, homogènes et sans second nombre. Le plus petit nombre fondamental λ_1 peut être obtenu,

grâce à la méthode des approximations successives, en résolvant

$$L(y_n) + y_{n-1} = 0,$$

à partir d'une fonction arbitraire y_0 et l'on a, en général, $\lambda_1 = \lim (y_{n-1} : y_n)$.

3. Transformons l'équation (1), en posant

$$M(y) = L(y) + ay, \qquad \mu = \lambda - a$$

en l'équation

$$(2) \qquad M(y) + \mu y = 0,$$

a étant une *constante arbitrairement choisie*. Appliquons à cette dernière équation la méthode des approximations successives, en résolvant

$$(3) \qquad M(y_n) + y_{n-1} = 0;$$

la limite du rapport $y_{n-1} : y_n$ sera, cette fois, le plus petit nombre fondamental μ; nous connaîtrons ainsi le nombre fondamental λ le plus rapproché de a.

4. Dans les cas des applications pratiques, on ne passe pas à la limite; on se contente d'observer si les rapports $y_0 : y_1$, $y_1 : y_2$, ... ne varient pas dans les limites des approximations admises pour le calcul. Il est cependant avantageux de calculer les rapports

$$\frac{\int_D y_{n-2}^2 \, d\tau}{\int_D y_{n-2} y_n \, d\tau} \geq \frac{\int_D y_{n-2} y_n \, d\tau}{\int_D y_n^2 \, d\tau}$$

(inégalité de Schwarz) qui sont supérieurs au *carré* du plus petit nombre μ, et tendent vers ce carré, les sommes de ces rapports étant étendues, chacune, à tout le domaine D dans lequel s'applique l'équation (1).

La propriété que nous venons d'énoncer se démontre en supposant que la première approximation est développable en série de fonctions fondamentales; on voit, en effet, qu'en vertu de (3),

$$y_0 = \Sigma k_a \varphi_a, \qquad y_n = \Sigma k_a \mu_a^{-n} \varphi_a.$$

Grâce à ces valeurs, on vérifie les propriétés du n° 3 et du présent numéro pour autant que le coefficient k correspondant à la fonction φ associée au nombre μ cherché ne manque pas dans le développement de y_0.

5. En résumé, le procédé que nous venons de décrire permet de déterminer à une approximation donnée *a priori*, le nombre fondamental λ qui est le

plus voisin d'un nombre a arbitrairement choisi. La propriété du n° 3 permet de savoir si ce nombre est plus grand ou plus petit que a et elle fournit ce nombre grâce aux itérations. La propriété du n° 4 donne une limite supérieure de l'écart entre ce nombre λ et a. Avec un très petit nombre d'approximations, on verra si λ est plus grand ou plus petit que a et quel est l'écart possible; en choisissant pour a une nouvelle valeur dans les limites de l'écart, on aura une meilleure approximation de λ et ainsi de suite. En choisissant diverses valeurs initiales pour a, on pourra déterminer divers nombres fondamentaux; on peut, par exemple, vérifier si les vitesses critiques d'une machine sont nettement différentes de la vitesse de régime, sans se soucier de savoir si la machine fonctionne ou non sous la plus basse vitesse critique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions conjuguées.* Note de M. **A. Zygmund**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(x)$ une fonction intégrable $\mathfrak{L}$ dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. Désignons par $S[f]$ la série de Fourier de f et par $\overline{S}[f]$ la série conjuguée. Appelons $\overline{f}(x)$ la somme (généralisée) de $\overline{S}[f]$. On sait qu'en général $\overline{f}$ n'est pas intégrable $\mathfrak{L}$. Cependant M. Riesz [1] a démontré que si f est intégrable de puissance $1+\varepsilon\,(\varepsilon > 0)$, $\overline{f}$ est aussi intégrable et l'on a

$$\overline{S}[f] = S[\overline{f}]. \tag{1}$$

On peut donc se demander quelles conditions concernant l'intégrabilité de f suffisent pour que $\overline{f}$ soit aussi intégrable et pour que l'on ait (1).

La réponse est donnée par les deux théorèmes suivants :

A. *Si* $|f|.\overset{+}{\log}|f|$ [2] *est intégrable, la fonction* $\overline{f}$ *l'est aussi.*

B. *Quelle que soit la fonction* $\varepsilon(x)\,(x \geqq 0)$, *positive, bornée et tendant vers zéro avec* $\frac{1}{x}$, *on peut trouver une fonction* $f(x)$, *telle que* $\overline{f}$ *n'est pas intégrable bien que* $|f|.\overset{+}{\log}|f|.\varepsilon(|f|)$ *est intégrable.*

---

(1) M. Riesz, *Sur les fonctions conjuguées* (*Math. Zeitschrift*, 27, 1928, p. 218-244).

(2) $\text{Log}\,x$ désigne la fonction égale à zéro pour $x < 1$ et à $\log x$ ailleurs.

Des propositions A et B on peut déduire les théorèmes sur la convergence absolue de $S[F]$, F désignant une fonction absolument continue :

C. *Si* $|f|.\overset{+}{\log}|f|$ *est intégrable la série* $S[f]$ *intégrée formellement converge absolument* (¹).

D. *Pour toute fonction* $\varepsilon(x)$ *définie plus haut il existe une fonction* f *telle que la série* $S[f]$ *intégrée terme à terme ne converge pas absolument bien que* $|f|.\overset{+}{\log}|f|.\varepsilon(|f|)$ *est intégrable.*

La démonstration des théorèmes A-D s'appuie, entre autres, sur le lemme suivant :

Si $|f|\leq 1$, *la fonction* $e^{k|\bar{f}|}$ *est intégrable pour tout* $k<\frac{\pi}{2}$.

De ce lemme on peut aussi déduire le théorème suivant :

E. *Désignons par* s_n, $\bar{s}_n$ *respectivement les* n*-ièmes sommes partielles de* $S[f]$ *et de* $\bar{S}[f]$. *Alors si* $|f|\leq 1$, *on a pour* $n\to\infty$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{c|s_n-f|}\,dx\to 1;\qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{c|\bar{s}_n-\bar{f}|}\,dx\to 1,$$

c désignant une constante absolue.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe des fonctions à variation bornée.* Note de M. **Alexandre Rajchman**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit $f(x)$ une fonction à variation bornée définie dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. Appelons son *écart* la quantité suivante :

$$(1)\qquad R=R\|f(x)\|=\limsup_{n\to\infty}\frac{1}{\pi}\left|\int_0^{2\pi} e^{inx}\,df(x)\right|.$$

Quand $R\|f(x)\|=0$ nous dirons que $f(x)$ est à l'*écart nul.*

2. Notre définition de l'écart diffère quelque peu de la définition classique de M. Hadamard (²). Mais, en ce qui concerne les fonctions à variation bornée, toute fonction à l'écart nul d'après la définition précédente l'est au

(¹) La proposition C résulte par exemple de A et du théorème de MM. Hardy et Littlewood d'après lequel si F et $\bar{F}$ sont à variation bornée, la série $S[F]$ converge absolument

(²) Cf., par exemple, *La série de Taylor et son prolongement analytique.*

sens classique et réciproquement. Ceci résulte immédiatement du lemme suivant dû à Mme H. Gruzewska :

Soit $t(x)$ une fonction quelconque bornée et mesurable et soit $f(x)$ une fonction à variation bornée et à l'écart nul; alors la fonction

$$\int_0^x t(z)\,df(z) \tag{2}$$

est également à variation bornée et à l'écart nul.

Les intégrales (1) et (2) sont des intégrales au sens Stieltjes-Lebesgue ([1]).

3. Le lemme de tout à l'heure peut être envisagé comme le cas limite du théorème fondamental de mon Mémoire *Sur la multiplication des séries trigonométriques* (*Mathematische Annalen*, 95). En utilisant ce lemme on arrive facilement au cas limite d'un autre théorème de ce Mémoire (théorème du paragraphe 8) à savoir que :

Si $t(x)$ est une fonction bornée, mesurable et périodique avec la période de 2π et $f(x)$ une fonction à variation bornée et à l'écart nul, alors la limite

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{2\pi} t(nx)\,d\,f(x) \tag{3}$$

existe et est égale à

$$\frac{f(2\pi)-f(0)}{2\pi}\int_0^{2\pi} t(x)\,dx. \tag{4}$$

4. Parmi les conséquences presque immédiates du théorème précédent on peut citer le résultat suivant :

Toute fonction à variation bornée et à l'écart nul a sa variation nulle sur tout ensemble du type (H).

(Pour la définition de l'ensemble du type (H) cf., par exemple, mon Mémoire cité et la fin de cette Note.)

5. D'après un théorème classique de Lebesgue ([2]) toute fonction absolument continue est à l'écart nul. La réciproque de cette proposition n'est pas vraie. Ceci résulte d'une construction de M. D. Menchoff ([3]). Grâce aux théorèmes des paragraphes 2 et 3 de cette Note, cette construction peut être remplacée par une construction plus simple et plus générale.

6. Soit

$$\delta_1,\ \delta_2,\ \ldots,\ \delta_n,\ \ldots, \tag{5}$$

([1]) Cf., par exemple, *Leçons sur l'intégration*, 2e édition.

([2]) Cf., par exemple, *Leçons sur les séries trigonométriques*.

([3]) *Comptes rendus*, 163, 1916, p. 433 et suiv.

une suite de nombres positifs plus petits que l'*unité* et soit $p_n(x)$ une fonction périodique de période 2π prenant la valeur *un* dans un intervalle de longueur $2\delta_n$ et la valeur zéro partout où elle diffère de l'*unité*.

En vertu des théorèmes des paragraphes 2 et 3, à toute suite (5) on peut faire correspondre une suite d'entiers

$$n_1, n_2, \ldots, n_k, \ldots \tag{6}$$

assez rapidement croissante pour que la limite

$$f(x) = \lim_{k \to \infty} \int_0^x p_1(n_1 z)\, p_2(n_2 z) \ldots p_k(n_k z)\, dz \tag{7}$$

existe (et cela uniformément en x). La fonction $f(x)$ n'est pas absolument continue. *Pour qu'elle soit à l'écart nul il faut et il suffit que l'on ait :*

$$\lim_{n \to \infty} \delta_n = 1. \tag{8}$$

7. Quand l'égalité (8) n'est pas remplie, l'ensemble des valeurs de x vérifiant l'équation

$$\lim_{k \to \infty} p_1(n_1 x)\, p_2(n_2 x) \ldots p_k(n_k x) = 1 \tag{9}$$

est un ensemble du type (H) et par suite (cf. mon Mémoire cité) un ensemble « d'unicité trigonométrique ». Au contraire, quand l'égalité (8) a lieu, l'ensemble de solutions de (9) est un ensemble de « multiplicité trigonométrique ». Ce dernier résultat est d'ailleurs une conséquence d'une construction de Mlle Nina Bary (*Fundamenta Mathematicæ*, vol. 9).

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les tourbillons alternés dus à des obstacles en lames de couteau.* Note [1] de M. **Henri Bénard**, présentée par M. M. Brillouin.

Dans un remarquable travail récent, C. Camichel, P. Dupin et M. Teissié-Solier [2] ont montré que les périodes des tourbillons alternés qui

---

(1) Séance du 26 novembre 1928.

(2) *Sur l'application de la loi de similitude aux périodes de formation des tourbillons alternés de Bénard-Kármán* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1556); également des deux derniers auteurs : *Les tourbillons alternés et les régimes d'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle* (*Public. de l'Inst. Électrot. et de Méc. appl. de Toulouse*, Gauthier-Villars et Cie, 1928).

prennent naissance dans le sillage de *cylindres droits à section circulaire*, placés dans un champ uniforme de vitesses, satisfont bien à la loi de similitude dynamique, et ont trouvé une courbe unique, quel que soit le liquide et quel que soit le diamètre du cylindre, les coordonnées R et S étant l'une le paramètre sans dimensions de Reynolds, l'autre celui de Strouhal.

Je rappelle que les obstacles cylindriques verticaux avec lesquels j'ai obtenu pour la première fois des tourbillons alternés très réguliers, et étudié leurs lois, avaient une forme tout à fait différente : c'étaient des *lames à faces parallèles, terminées à l'avant par un dièdre aigu ou un cylindre ogival*, et la vitesse de translation était parallèle à leur plan de symétrie. Je les appellerai, en abrégé, des « lames de couteau ». Leur dimension longitudinale L (parallèle à la vitesse) était en général grande par rapport à leur épaisseur transversale D. J'ai signalé [1] que mes résultats présentaient des écarts appréciables avec la loi de similitude dynamique : en particulier, en représentant au mieux par une courbe les points (R, S) relatifs à chacun de mes quatre liquides, les quatre courbes, voisines et d'allures analogues, ne se superposaient pas.

A priori, en l'absence d'une théorie mathématique rigoureuse, il ne me paraît nullement certain que les tourbillons dus à ces lames de couteau doivent suivre exactement les mêmes lois que ceux des cylindres circulaires de même épaisseur D. A la vérité, l'expérience montre, comme je l'ai déjà annoncé en 1908, que leur période dépend peu ou pas du tout de la dimension longitudinale L, mais le problème hydrodynamique est tout de même différent. Les formes des lignes de courant ne sont même pas semblables géométriquement, dans mes diverses expériences, puisque les sections droites des différents cylindres ne le sont pas. Je n'ai pas de documents comparatifs précis relatifs aux tiges cylindriques, parce que n'ayant pas obtenu avec elles de tourbillons aussi réguliers qu'avec les lames de couteau, j'ai employé ces dernières seules pour les mesures.

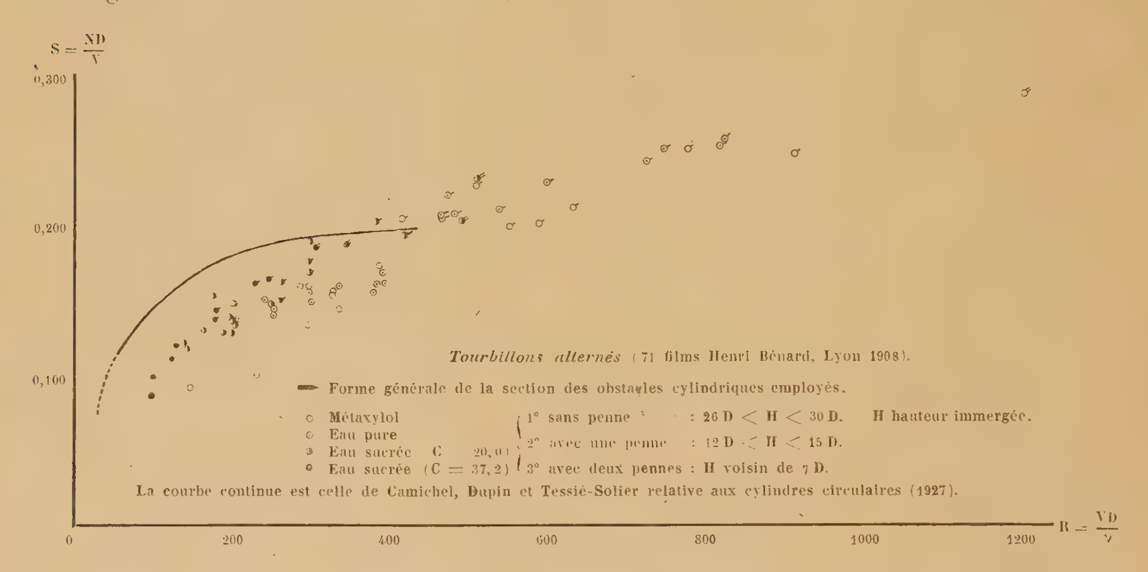
D'autre part, j'avais admis les valeurs des viscosités du métaxylol d'après Thorpe et Rodger, et celles des deux solutions de sucre ($c = 20,0$ et $c = 37,2$) d'après Hosking, en interpolant à la fois pour la température et la concentration. Or, en mesurant moi-même avec soin [2] les viscosités de ces

---

[1] *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 20; *C. R. du IIe Congrès internat. de Mécanique appliquée : Zurich*, septembre 1926 (Orell Füssli, éditeurs), 1927, p. 495-503; *Bull. de la Soc. fr. de Physique*, n° 238, p. 118 S à 121 S, séances des 19 novembre et 3 décembre 1926.

[2] Avec l'aide de MM. A. et P. Delaval.

trois liquides en valeurs absolues, j'ai trouvé que mes anciennes valeurs de R devaient être corrigées respectivement de -3 pour 100, $+4,5$ pour 100 et de $+16$ à 17 pour 100. La figure donne les 71 systèmes de valeurs corrigées des coordonnées (R, S) ([1]).



Les écarts avec la loi de similitude sont un peu atténués, mais persistent. Toutefois, les courbes des deux solutions sucrées, qui sont les mieux définies, coïncident maintenant assez bien, et leur prolongement irait passer par l'origine des coordonnées, absolument comme celui de la courbe de Camichel, Dupin et Teissié-Solier relative aux cylindres droits circulaires, que j'ai tracée pour comparaison. Il faudrait modifier en conséquence les coefficients de la formule empirique par laquelle j'avais résumé provisoirement mes résultats numériques : la reproduction des 71 points expérimentaux en tient lieu. J'avais d'ailleurs fait des réserves sur l'emploi de cette formule par extrapolation, la forme algébrique choisie n'étant pas la seule possible.

Il y aura lieu de chercher l'origine des écarts persistants.

([1]) Le point $R=91$; $S=103$ a été obtenu deux fois.

ÉLASTICITÉ. — *Extension de la théorie de Saint-Venant aux fils élastiques de forme quelconque.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On sait que la théorie des ressorts repose sur l'extension des formules établies par Saint-Venant pour la flexion simple et la torsion d'un cylindre. Cette extension a été justifiée par Phillips, dans son Mémoire sur le spiral réglant dans le cas particulier d'un fil plan soumis à un couple de flexion constant. Il m'a paru intéressant d'élaborer la même justification pour un fil de forme quelconque, soumis à des forces extérieures quelconques. Je vais résumer ci-après les résultats de mes recherches, qui seront développées dans un autre recueil.

2. J'ai d'abord établi les équations générales de l'élasticité, dans un système de coordonnées curvilignes quelconques, susceptible de varier pendant la déformation.

Soient g_{ik} les coefficients du ds^2, h^2 leur déterminant; u^i les accroissements des coordonnées du point M; ε_{ik} les accroissements subis par les g_{ik}; $T_{ik}\alpha^k$ les composantes covariantes de l'effort correspondant au vecteur unitaire (α^k); θ la dilatation cubique. On a

$$(1)\qquad \theta = \frac{1}{2}\varepsilon_i^i + \frac{1}{h}\cdot\frac{\partial(hu^i)}{\partial x^i},$$

$$(2)\qquad T_{ik} = \lambda\theta g_{ik} + \mu\left(g_{ij}\frac{\partial u^j}{\partial x^k} + g_{kj}\frac{\partial u^j}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j}u^j + \varepsilon_{ik}\right).$$

Si X_i sont les composantes covariantes de la force par unité de volume les équations indéfinies de l'équilibre sont

$$(3)\qquad X_i + \frac{1}{h}\cdot\frac{\partial(hT_i^k)}{\partial x^k} - \frac{1}{2}\cdot T^{jk}\frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} = 0.$$

L'énergie de déformation peut s'écrire, par exemple,

$$(4)\qquad V = \frac{1}{4\mu}\iiint\left[T_k^i\,T_i^k - \frac{\lambda}{3\lambda+2\mu}(T_i^i)^2\right]h\,dx^1\,dx^2\,dx^3.$$

3. Soit maintenant M un point quelconque du fil à l'état naturel. Projetons-le en O sur la fibre neutre et soit Ox, Oy, Oz la normale principale, la binormale et la tangente en ce point. Prenons comme coordonnées du point M ses coordonnées cartésiennes $x^1 = x$, $x^2 = y$ par rapport à Oxy et l'abscisse curviligne $x^3 = s$ de O sur la fibre. Appelons ρ et $-\tau$ les accroissements de courbure et de torsion de la fibre neutre après la

déformation et d'où résultent les ε_{ik}. Il est facile d'écrire ce que deviennent les équations du paragraphe précédent dans ce système.

Soit maintenant Γ la courbe qui limite la section droite du fil. Supposons que cette courbe soit homothétique d'une courbe fixe Γ′ du plan Oxy, par rapport à O et dans le rapport t. Supposons ensuite que t tende vers zéro et cherchons la *solution asymptotique du problème*.

4. Voici les résultats.

Soient L, M, N les composantes du moment relatif au point O; n l'angle dont a tourné la section droite par rapport aux axes Oxy; Θ la fonction $\tau + \frac{dn}{ds}$, qui mesure la torsion; φ la fonction harmonique qui s'annule en O et satisfait, sur Γ, à l'équation

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} dy - \frac{\partial \varphi}{\partial y} dx = x\,dx + y\,dy;$$

P l'intégrale double

$$P = \int\int \left(x \frac{\partial \varphi}{\partial y} - y \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx\,dy;$$

A, B, I les moments d'inertie de la section droite par rapport à Ox, Oy, O; C le produit d'inertie; R le rayon de courbure de la fibre neutre et enfin E le module de Young. On a

$$\rho = \frac{MA + LC}{E(AB - C^2)}, \qquad n = R\frac{LB + MC}{E(AB - C^2)}, \qquad \Theta = \frac{N}{\mu(P + I)};$$

$$V = \frac{1}{2}\int \left[\frac{AM^2 + BL^2 + 2CML}{E(AB - C^2)} + \frac{N^2}{\mu(I + P)} \right] ds.$$

Ces formules diffèrent des formules habituelles si L n'est pas nul. Il y aurait intérêt, en particulier, à partir de la dernière pour établir une théorie rigoureuse du spiral réglant cylindrique, en suivant la méthode que j'ai exposée dans une Note antérieure [1]. Ceci fera l'objet d'un prochain travail.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les pistons d'aluminium.*

Note de M. R. de Fleury, présentée par M. Mesnager.

On sait que les pistons d'aluminium sont d'un emploi actuellement généralisé sur les moteurs d'automobiles. Les pistons en fonte ne peuvent leur

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1819. Le Mémoire développé paraîtra dans un autre Recueil.

être substitués sans un amoindrissement très net des qualités fonctionnelles du moteur, principalement en dehors des emplois urbains du véhicule.

Mais on a constaté avec surprise, *depuis 4 ou 5 ans*, que les pistons en alliage d'aluminium, *quels qu'ils soient*, semblaient donner lieu, dans les voitures les plus modernes, à une rapidité d'usure des cylindres, telle qu'elle n'avait pas été observée dans des moteurs plus anciens, non différents comme caractéristiques.

En fait on a été conduit à exagérer la vitesse linéaire des pistons pour des raisons de commodité de conduite, qui sont exposées plus loin.

Il est possible que dans l'avenir interviennent des solutions exclusivement métallurgiques, qui permettront d'améliorer les conditions du problème. Mais il semble bien que, même dans l'état actuel des matériaux utilisés, ce ne soit pas le piston d'aluminium qu'il faille incriminer, ni même, si paradoxal que cela puisse paraître, le moteur dans ses proportions générales, mais que ce soit le rapport de démultiplication de la prise directe au pont-arrière, c'est-à-dire, par voie d'extension, la boîte de vitesses, qui soit à mettre en cause.

En effet, on a voulu obtenir d'une voiture qu'elle puisse évoluer dans une grande ville avec de multiples ralentissements, et de multiples reprises en charge, en conservant la prise directe sans obliger le conducteur à manœuvrer le levier des vitesses. On a voulu que la même voiture puisse également aller de Paris à Nice, par exemple, dans les mêmes conditions, sur route libre ou accidentée, en prise directe.

Cela a été obtenu précisément depuis 4 ou 5 ans en *sous-multipliant*, par rapport à ce qui se faisait auparavant, la prise directe, puisque, grâce aux équipements mobiles légers et grâce aux pistons d'aluminium, en particulier, la puissance du moteur ne commençait à fléchir sous l'influence des résistances passives qu'à des régimes surélevés de rotation.

Il est évident que, dans ces conditions, un moteur qui ne tourne qu'à 1000 ou 1200 tours dans Paris est amené à tourner à 3000 tours, et plus, en régime de route. Il semble bien, d'après les observations des usures rapides, que les vitesses correspondantes linéaires des pistons soient devenues excessives pour les matériaux en présence, bien moins du fait de la réduction du volume de la cylindrée que du fait du régime imposé au moteur par la prise directe sur route libre.

Une réaction récente contre cette solution trop universelle semble s'étendre, elle fera disparaître les inconvénients des usures excessives des pistons.

On voit, en effet, actuellement, les constructeurs les plus avertis considérer avec raison, comme un nouveau progrès, la réalisation d'une troisième vitesse silencieuse, qui répond aux exigences de la marche en ville où elle est exclusivement employée, et une quatrième vitesse *sur-multipliée* pour route, qui a l'avantage de ménager le moteur, moyennant le faible inconvénient d'obliger le conducteur à manœuvrer de loin en loin son levier de vitesse sur la route libre, et à reprendre temporairement en côte ou dans les agglomérations, ou lors des reprises, la troisième vitesse de régime urbain.

De la sorte, lors des grandes vitesses de progression du véhicule sur route, la rotation du moteur ne *dépassera pas* plus 2500 tours, par exemple, au lieu de 3000, ce qui réduira proportionnellement les vitesses du piston, et bien plus que proportionnellement, les usures des organes.

Une première observation particulière à faire : c'est qu'en matière de piston, on exploita les marges de progrès qui résident dans l'emploi des métaux légers, presque entièrement en accroissement de possibilités fonctionnelles et de commodités de conduite, et nullement en accroissement de sécurité, de sorte que les ennuis s'accrurent.

Une deuxième observation particulière : c'est que le piston est bien un des organes les plus importants et les plus délicats sur lequel, la moindre modification, même étrangère à l'objet, peut avoir une répercussion fort directe. Les problèmes métallurgiques et constructifs s'y superposent, comme cela a lieu pour tous les organes essentiels et surchargés par quelque côté, de toute machine.

Enfin, une troisième observation d'une portée plus générale : c'est qu'en construction mécanique, la cause d'une défectuosité réside *le plus souvent* ailleurs que dans l'organe où l'on constate cette dernière. C'est ce qui rend si difficile l'interprétation des phénomènes d'abord, puis les corrections constructives, puis aussi, par contre-coup, l'élaboration des cahiers des charges de réception, où se glissent ainsi des erreurs, dans la localisation, dans la nature ou dans la grandeur des épreuves à faire subir à chaque organe particulier, quand on fait dépendre ces épreuves locales des résultats de l'essai global d'un ensemble, sans approfondir complètement les répercussions incidentes.

PHYSIQUE. — *La théorie cinétique de l'absorption.* Note de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. Marcel Brillouin.

On sait qu'une substance poreuse plongée dans un gaz absorbe ce dernier. La quantité de gaz absorbé est d'autant plus grande que les dimensions des pores sont plus petites. L'absorption est accompagnée d'une élévation de température de l'absorbant.

On peut expliquer ces phénomènes par la diminution des chemins moyens des molécules du gaz entré dans les pores, dont les dimensions linéaires sont plus petites que le chemin moyen des molécules du gaz entourant l'absorbant. Il en résulte une compression adiabatique accompagnée d'élévation de température et de densité du gaz entré dans les pores.

Faisons la théorie dans le cas d'un tube cylindrique de rayon r plongé dans un gaz dont le chemin moyen des molécules est l_0. Soit s la section droite du tube. Le nombre des molécules qui frappent la surface dans l'unité de temps est

$$dn = \frac{nus}{2} \sin\theta \cos\theta \, d\theta, \tag{1}$$

où n est le nombre des molécules dans l'unité de volume du gaz, u leur vitesse moyenne et θ l'angle que fait u avec l'axe du tube. Les molécules qui entrent dans le tube sous l'angle θ se réfléchissent sur les parois et parcourent le chemin maximum

$$l_1 = \frac{2r}{\sin\theta}, \tag{2}$$

l_1 ne peut être plus grand que l_0, donc

$$l_1 \leq l_0 = \frac{2r}{\sin\theta_0}. \tag{3}$$

Le chemin moyen des molécules dans le tube est alors

$$l = \frac{\sum\limits_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\theta=\theta_0} l_1 \, \mathrm{dn} + \sum\limits_{\theta=\theta_0}^{\theta=0} l_0 \, \mathrm{dn}}{\sum\limits_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{0} \mathrm{dn}}.$$

Remplaçant dn, l_1 et θ_0 par leurs valeurs tirées de (1), (2) et (3), on a

$$l = \frac{\frac{snu}{2}\, 2r \int_{\frac{\pi}{2}}^{\arcsin \frac{2r}{l_0}} \cos\theta\, d\theta + \frac{snu}{2}\, l_0 \int_{\arcsin \frac{2r}{l_0}}^{0} \sin\theta \cos\theta\, d\theta}{\frac{snu}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin\theta \cos\theta\, d\theta},$$

et par intégration :

(4) $$l = 4r\left(1 - \frac{r}{l_0}\right),$$

d'où la pression p à l'intérieur du tube est

(5) $$p = p_0 \frac{l_0}{4r\left(1 - \frac{r}{l_0}\right)},$$

p_0 étant la pression du gaz environnant le tube.

Lorsque $2r = l_0$, $p = p_0$, ce qui est à prévoir *a priori*. Pour calculer la température du gaz absorbé, supposons que u est très grand, l'entrée du gaz dans le tube se fait donc instantanément. Nous négligerons aussi dans le calcul la conductibilité et la capacité calorifique des parois. L'élévation de température par compression adiabatique d'un gaz à l'état parfait est donnée par l'équation

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

par suite, d'après (5) :

(6) $$\frac{T}{T_0} \leqq \left[\frac{l_0}{4r\left(1 - \frac{r}{l_0}\right)}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

$\gamma = \frac{C}{c}$ est le rapport des chaleurs spécifiques.

Pour un mélange de gaz, celui dont le chemin moyen est plus grand s'absorbe plus facilement. Baissant la température le cas inverse se présente, le gaz dont p est plus petit que la pression critique se liquéfie dans les tubulures absorbantes et alors la quantité de ce gaz absorbé est plus grande que ne le prévoit la formule (5); aussi la formule (6) n'est plus valable.

On peut aussi expliquer par cette théorie les phénomènes observés par

nous sur l'action des sels sur les métaux ([1]). Les métaux possèdent toujours des petites cannelures dans leur masse. Ces cannelures absorbent la vapeur des gaz des sels dans lesquels le métal est plongé. Puisque dans les cannelures la pression des vapeurs est considérablement augmentée à la température où le métal est assez malléable, il se produit un élargissement de ces cannelures, manifesté par la diminution de densité du métal ([2]).

A la pression p dans les cannelures les vapeurs se condensent sur les parois, diminuant v et augmentant p. Les pores à la périphérie du métal augmentent de plus en plus et il peut arriver une séparation des parties extérieures du métal du corps même du métal ([3]) et la condensation du sel dans les cannelures assez éloignées de la périphérie. Toutefois la quantité de sel entré dans le métal peut être inappréciable.

A mesure que la température du métal est plus élevée, les pores s'élargissent (v diminue) et ls augmente; donc l'effet produit est plus lent ([4]).

PHYSIQUE. — *Effet Joule-Thomson et frottement intérieur des fluides.* Note de Mlle **Marie Kosinska**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Considérons une masse de fluide en mouvement. Soient p_x la pression produisant le mouvement dans la direction x et u_x la vitesse de fluide dans cette direction. Sur une surface ds d'une tranche de fluide d'épaisseur dx (perpendiculaire à x) agit la force

$$df = \frac{dp_x}{dx} ds\, dx. \tag{1}$$

Par ds passe dans l'unité de temps un filet de fluide de section ds et de longueur u_x; le travail accompli par le passage du fluide à travers ds est

$$d^3\mathcal{E} = \frac{dp_x}{dx} dx\, u_x\, ds. \tag{2}$$

Le travail sur une section finie s de la tranche est alors

$$d\mathcal{E} = dx \int\int_{(s)} \frac{dp_x}{dx} u_x\, ds. \tag{3}$$

([1]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1813.
([2]) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 887.
([3]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 516.
([4]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1159.

La quantité de fluide qui passe par s dans l'unité de temps est

$$(4) \qquad v_x = \iint_{(s)} u_x \, ds.$$

Par la détente du fluide de dp_x il se dégage une quantité de chaleur due à l'effet Joule-Thomson

$$(5) \qquad \mathfrak{J} \, dQ = -\left(T \frac{\partial v_x}{\partial t} - v_x\right) dp_x.$$

Cette quantité de chaleur est produite par l'effet des travaux intermoléculaires du fluide pendant la détente.

La quantité totale d'énergie dégagée sous forme de chaleur pendant la détente est alors

$$(6) \qquad dw = d\mathfrak{T} + \mathfrak{J} \, dQ = dx \left[\iint_{(s)} \frac{dp_x}{dx} u_x \, ds - \left(T \frac{\partial v_x}{\partial t} - v_x\right) \frac{dp_x}{dx} \right],$$

où v_x est donnée par la formule (4).

L'intégration de cette équation n'est possible que lorsqu'on connaît p_x et u_x en fonction de s.

Dans le cas où l'on peut admettre dans le calcul une pression moyenne dans toute la section s, l'équation (6) s'écrit

$$(7) \qquad dw = d\mathfrak{T} + \mathfrak{J} \, dQ = v \, dp - \left(T \frac{\partial v}{\partial t} - v\right) dp,$$

dp et v étant respectivement la chute de pression dans la direction du courant de fluide et son débit par la section s. $v \, dp$ est le travail de frottement

$$d\mathfrak{T} \quad \text{et} \quad \left(T \frac{\partial v}{\partial t} - v\right) dp,$$

travail produit par la pression intermoléculaire du fluide.

Ce mode de calcul peut être appliqué dans le cas des fluides, en particulier au cas de passages du liquide par les tubes capillaires, régi par la loi de Poiseuille.

Si les forces intermoléculaires étaient nulles, pour maintenir la température constante pendant la traversée du tube par le liquide, il faudrait retirer du liquide la quantité de chaleur $\frac{d\mathfrak{T}}{\mathfrak{J}}$, quantité d'énergie représentant le travail de diffusion des molécules du liquide par agitation thermique.

$\mathfrak{J} \, dQ$ représente la quantité d'énergie produite par les forces intermoléculaires à la température donnée.

Écrivant $\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t} = \alpha$ (α le coefficient de dilatation à volume constant), on a

$$J\,dQ = v\,T\alpha\,dp,$$

et

$$dw = v\,dp\,(2 - T\alpha);$$

dp est proportionnel à η, le coefficient de frottement intérieur.

Tout se passe donc comme si η était augmenté d'un facteur $(2 - T\alpha)$ par suite de l'effet de Joule-Thomson.

Calculons $(2 - T\alpha)$ dans le cas de l'eau et de l'alcool en appliquant la formule de M. Peczalski (¹) :

$$v = A\,e^{m_1 p + m_2 \frac{p^2}{2}}.$$

Eau : $t = 0°$.

p.....	1^atm^	100^atm^	500^atm^	
$2 - T\alpha$..............	2,0033	2,0025	1,9989	(²)
$\frac{\eta}{\eta_0}$....................	1	—	0,938	

Alcool = 30°.

p.....	1^atm^	100^atm^	500^atm^	
$2 - T\alpha$..............	1,66509	1,68545	1,74014	(²)
$\frac{\eta}{\eta_0}$....................	1		1,28	

On voit par ces tableaux que les variations de η mesurées et de $2 - T\alpha$ sont de même sens. On peut se demander si les forces intermoléculaires ne produisent pas d'action changeant les dimensions des molécules, manifestée par le changement des coefficients de frottement intérieur.

THERMODYNAMIQUE. — *L'équation de Van der Waals et les principes de la thermodynamique; la relation de Maxwell-Clausius et la formule de Clapeyron déduites de cette équation.* Note (³) de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Paul Janet.

Si l'on s'en tient aux hypothèses faites par Van der Waals pour établir son équation

$$P = p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v - b}, \tag{1}$$

(¹) *Ann. de Phys.*, 1, 1914, p. 457.

(²) Valeurs relatives d'après M. Bridgeman (*Proc. Amer. Acad.*, 61, 1926, p. 57).

(³) Séance du 5 novembre 1928.

on vérifie immédiatement que les fluides théoriques conformes à ces hypothèses obéissent aux principes de la thermodynamique.

En effet, la chaleur absorbée pendant que le volume augmente de dv et la température de dT sera

$$dQ = \left(p + \frac{a}{v^2}\right) dv + C_v\, dT = \frac{RT}{v-b}\, dv + C_v\, dT, \tag{2}$$

le premier terme du second membre représentant le travail de la pression totale P comprenant le travail extérieur $p\,dv$ et le travail de la pression $\frac{a}{v^2}dv$, augmentant l'énergie potentielle du fluide; la chaleur spécifique à volume constant C_v, étant constante (ou fonction de T). Les variations de l'énergie et de l'entropie sont respectivement

$$dU = dQ - p\,dv = \frac{a}{v^2}\,dv + C_v\,dT, \tag{3}$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{R}{v-b}\,dv + \frac{C_v}{T}\,dT, \tag{4}$$

dU et dS sont donc des différentielles exactes. Il en serait de même si la pression interne et R étaient des fonctions quelconques de v seulement.

Ce résultat était à prévoir, car la mécanique statistique démontre la validité des principes, pour des fluides à phase unique, assujettis à des conditions beaucoup moins restreintes que celles supposées par Van der Waals. Mais les meilleures vérifications du principe de Carnot sont relatives à la formule de Clapeyron, donnant la chaleur latente de vaporisation

$$\lambda = T\frac{dp_s}{dT}(v_2 - v_1). \tag{5}$$

Montrons que, pour les fluides dont les deux phases, liquide et vapeur, obéissent à l'équation de Van der Waals, *la formule de Clapeyron ainsi que la relation de Maxwell-Clausius peuvent être déduites directement de cette équation, indépendamment du principe de Carnot.*

Considérons un liquide surmonté de sa vapeur saturée. Trouvons les trois relations qui déterminent les trois inconnues p_s, v_1, v_2, en fonction de T.

Nous avons d'abord :

$$p_s + \frac{a}{v_1^2} = \frac{RT}{v_1 - b}; \tag{6}$$

$$p_s + \frac{a}{v_2^2} = \frac{RT}{v_2 - b}. \tag{7}$$

Nous trouverons une troisième relation en écrivant la condition d'équilibre entre liquide et vapeur. Soient : P la pression totale à une distance x d'un plan horizontal voisin de la couche de passage séparant le liquide de la vapeur; F la force moléculaire sollicitant une molécule-gramme se trouvant

au niveau x; v le volume occupé par la molécule-gramme sous la pression P.

Une tranche d'épaisseur dx et de surface unité se trouve en équilibre sous l'action de la différence dP de la pression sur ses deux faces et de la force moléculaire qui la sollicite $\mathrm{F}\frac{dx}{v}$:

$$(8)\qquad d\mathrm{P} = \mathrm{F}\frac{dx}{v};$$

$$(9)\qquad \int_{v_1}^{v_2} v\,d\mathrm{P} = \int_{\mathrm{P}_1}^{\mathrm{P}_2} \mathrm{F}\,dx.$$

Le second membre de (9) représente le travail $\mathfrak{T}$ qu'il faut effectuer pour faire passer une molécule-gramme du liquide dans la vapeur. Adoptant l'hypothèse très légitime de Laplace et Van der Waals, suivant laquelle l'attraction moléculaire est proportionnelle à la densité (donc au nombre des molécules attirantes), $\mathfrak{T}$ est proportionnel à la différence des densités du liquide et de la vapeur.

Remplaçant dans (9) dP par sa valeur tirée de (1), on obtient

$$(10)\qquad b\,\mathrm{RT}\left(\frac{1}{v_1-b}-\frac{1}{v_2-b}\right)+\mathrm{RT}\log\frac{v_2-b}{v_1-b}=\mathrm{A}\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right).$$

Nous déterminerons le coefficient de proportionnalité A, en écrivant la relation précédente, pour la température et le volume critiques T_c, v_c. Remplaçons-y v_1 et v_2 par $v_c - h$ et $v_c + h$, divisons les deux membres avec $2h$ et rendons $h = 0$; nous obtenons en remplaçant T_c et v_c par leurs valeurs :

$$(11)\qquad \mathrm{A}=\frac{\mathrm{RT}_c v_c^3}{(v_c-b)^2}=2a.$$

Nous aurions pu trouver la valeur $2a$ de A directement, en suivant un raisonnement analogue à celui fait par Van der Waals pour trouver l'expression $\frac{a}{v^2}$ de la pression interne.

Des trois équations (6), (7), (10) on tire facilement

$$(12)\qquad p_s(v_2-v_1)=\mathrm{RT}\log\frac{v_2-b}{v_1-b}-a\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right);$$

c'est la relation, bien connue, obtenue par Maxwell, Clausius et Planck, en s'appuyant sur le principe de Carnot et admettant de plus que ce principe s'applique à la partie instable de l'isotherme. Cette relation exprime que les deux aires déterminées par l'isotherme théorique au-dessus et au-dessous du palier de liquéfaction sont égales.

Dérivant par rapport à T l'expression de P_s tirée de (12), on obtient après quelques opérations :

$$\text{(13)} \qquad \mathrm{RT}\log\frac{v_2-b}{v_1-b}=\mathrm{T}\frac{dp_s}{d\mathrm{T}}(v_2-v_1).$$

Mais le premier membre de cette équation est précisément la chaleur latente de vaporisation λ, travail total du fluide passant de v_1-b à v_2-b. La formule de Clapeyron se trouve ainsi démontrée.

ÉLECTRICITÉ. — *Nouveau mode de développement d'électricité par torsion dans les cristaux de quartz.* Note de M. **Edgar-Pierre Tawil**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les frères Curie ont découvert que les cristaux hémièdres à faces inclinées jouissaient de la propriété de donner naissance à des dégagements d'électricité de signes contraires suivant leurs axes d'hémiédrie quand on les soumettait à des variations de pression.

J'ai trouvé un nouveau moyen de produire un dégagement d'électricité dans un cristal de quartz, qui consiste à le tordre autour de son axe optique.

Voici comment j'ai réalisé l'expérience :

Un cylindre est découpé dans un canon de quartz non maclé de façon que l'axe de ce cylindre soit parallèle à l'axe optique. Aux deux extrémités du cylindre sont fixées des montures. Une de ces montures est maintenue de façon rigide tandis que l'autre comporte un bras de levier permettant d'exercer la torsion.

Pour constater le dégagement d'électricité, je me suis servi d'un électromètre de Gutton, mais j'ai donné, par la suite, la préférence à un milliampèremètre, branché dans le circuit d'une lampe bigrille. L'exploration se faisait en appliquant directement la corne de la lampe sur différents points du cristal ou même en l'approchant sans établir de contact.

Sitôt que l'on exerce la torsion, un dégagement d'électricité se produit sur l'enveloppe du cylindre. Toute cette surface est uniformément chargée d'une électricité de même signe, tandis que la charge du signe opposé se produit sur les faces perpendiculaires à l'axe. Si l'on inverse le sens de la torsion, les charges s'inversent. Les charges s'inversent également quand, supprimant la torsion, le quartz reprend sa position d'équilibre. La quantité d'électricité libérée semble bien être proportionnelle à la variation de l'effort de torsion.

Fait important à noter, pour une torsion de même sens, les signes de déga-

gement ne sont pas les mêmes pour un quartz dextrogyre ou lévogyre. Chaque cristal dégage sur sa surface de l'électricité positive quand on le tord dans le sens de sa rotation optique.

J'ai voulu m'assurer que le dégagement sur la surface du cylindre se faisait uniformément sans inversion de polarité et qu'il provenait uniquement de la zone explorée.

A cet effet, j'ai revêtu le cylindre d'une chemise métallique reliée à la terre. Elle comportait une fente sur toute sa longueur et pouvait tourner suivant son axe. On pouvait ainsi explorer le cylindre par zones successives suivant des génératrices. Dans ces conditions l'électricité recueillie ne pouvait provenir que de la zone mise à nu, puisque toutes les charges qui prenaient naissance sur le cristal étaient neutralisées par la chemise. Je n'ai pu, malgré ces précautions, déceler aucune inversion ni affaiblissement des charges sur la surface latérale du cylindre.

J'avais des raisons de me méfier de mes observations, car des essais sur la torsion que Röntgen ([1]) avait déjà entrepris en 1889 avaient donné des résultats nettement différents. Röntgen avait constaté la création par torsion de deux axes électriques perpendiculaires entre eux et à l'axe optique. Ce résultat n'avait pas été sans le surprendre et ce n'est qu'après avoir répété l'expérience avec plusieurs cristaux et dans des conditions diverses qu'il se décida à le publier en l'expliquant par la non-équivalence des axes de Curie.

Ses conclusions sont difficiles à concilier avec les éléments de symétrie du quartz.

Pour recueillir les charges de signes opposés dans les meilleures conditions il conviendrait, après avoir percé le cristal suivant son axe, de le munir de deux armatures l'une intérieure, l'autre extérieure.

J'ai parlé d'un cylindre découpé dans un cristal de quartz, mais il est bon de faire remarquer que l'expérience peut être entreprise avec un prisme naturel. Il suffit de maintenir les deux extrémités du cristal dans deux montures quelconques destinées à exercer la torsion. Ce procédé permet de déterminer immédiatement par les signes du dégagement le sens de la rotation optique. Un effort, même très faible, donne un dégagement nettement décelable par le moyen que j'ai indiqué. On peut se contenter, quand le cristal est suffisamment long et pas trop large, de le tordre directement en le saisissant dans ses deux mains par les extrémités.

Il faut se garder, en pratiquant la torsion, de faire fléchir le cristal, car

(1) WIEDEMANN, *Annalen der Physik*, 39, 1890, p. 16.

cela donnerait lieu à un dégagement d'électricité dû, non pas à la torsion, mais à la flexion, qui venant se superposer au premier fausserait les résultats.

J'ai en effet trouvé un autre mode de développement d'électricité, provoqué par la flexion.

Je n'ai pas encore de données sur les lois qui régissent le phénomène de la torsion, que l'on pourait appeler strepho-électricité, mais il est évident qu'il est distinct de la piézo-électricité.

OPTIQUE. — *Sur un procédé optique de localisation des surfaces polies, et son application à la mesure des rayons de courbure.* Note de M. **Albert Arnulf**, présentée par M. Ch. Fabry.

La localisation d'une surface optique présente une grande importance en métrologie, qu'il s'agisse de fixer la position d'un niveau liquide ou de déterminer la longueur d'un étalon à bout, par exemple. La méthode d'autocollimation que nous présentons permet de résoudre ce problème d'une façon très simple et précise.

L'appareil est un microscope ou viseur qui porte, de part et d'autre du plan image de son objectif, deux croisées de fils distantes d'une dizaine de millimètres, Entre ces deux croisées de fils, une glace sans tain à 45°, G, envoie dans le tube du microscope le faisceau lumineux issu d'une lampe placée latéralement, éclairant ainsi la croisée de fils la plus voisine de l'objectif, soit Q. La croisée de fils la plus éloignée de l'objectif, soit P, est examinée au moyen d'un oculaire de Ramsden puissant. L'objectif fournit de P une image p, non éclairée, et de Q, une image q, plus éloignée de l'objectif que p. Si, en déplaçant le microscope, nous amenons p et q de part et d'autre de la surface à localiser, q jouant alors le rôle d'objet virtuel par rapport à cette surface, nous trouvons une position du microscope pour laquelle l'image réelle q' et q formée par la surface vient en coïncidence avec l'image p. Dans ces conditions, l'image correspondante Q' donnée de q' par l'objectif est vue nettement dans le plan de l'objet P. Le pointé de la surface consiste donc à amener sur la croisée P l'image de Q par réflexion sur la surface. Si l'on emploie une seule croisée de fils, un tel pointé n'est pas possible, l'image venant en coïncidence rigoureuse avec l'objet.

La précision des pointés dépend de l'ouverture numérique de l'objectif employé, le grossissement total de l'appareil étant évidemment toujours

supérieur à son grossissement normal. Les chiffres suivants sont la moyenne des écarts avec la moyenne de 10 pointés. Les résultats sont presque identiques, à ouverture numérique égale, bien que les pointés aient été exécutés sur des surfaces planes ou sphériques, ou au centre de courbure de très bonnes surfaces, l'ouverture numérique étant limitée, dans ce dernier cas, soit par l'objectif, soit par la surface. Les pointés sont alors un peu moins bons, car les défauts de surface interviennent. Mesures effectuées par microscope à oculaire micrométrique : $c =$ pointés au centre, $s =$ pointés sur la surface.

Foyer de l'objectif.......	60^{mm}.	16^{mm}.	60^{mm}.	16^{mm}.	16^{mm}.	16^{mm}.	12^{mm}.
Ouverture numérique.	0,05	0,05	0,05	0,10	0,10	0,20	0,33
Précision en microns..	14(c)	13(c)	10(s)	3,9(s)	3,3(s)	0,8(s)	<0,5(s et c)

On voit qu'il est possible, avec un objectif d'ouverture aussi faible que 0,20, d'obtenir la localisation d'une surface à 1^{μ} près.

Dans des expériences que nous avons effectuées sur les objectifs d'ouverture numérique plus grande, à sec et à immersion, en collaboration avec M. A. C. S. Van Heel, la précision a atteint $0^{\mu},03$.

Application à la mesure précise des rayons de courbure. — On montre facilement que, par rapport à une surface sphérique, il existe deux positions du microscope pour lesquelles l'image q' de q vient en coïncidence avec p, donc Q' en coïncidence avec P. L'une de ces positions correspond au pointé de la surface, étudié plus haut, l'autre au pointé du centre de courbure (p et q de part et d'autre du centre de courbure). Le déplacement D du microscope, pour passer du pointé du centre au pointé de la surface (mesuré en visant une règle de précision fixée au microscope au moyen d'un microscope micrométrique fixe), est lié au rayon r par la formule

$$r = \sqrt{D^2 - a^2} \qquad \text{avec} \qquad a = \text{distance } pq.$$

La précision des pointés de la surface correspond à l'ouverture numérique de l'objectif; la précision des pointés du centre correspond à la plus faible des ouvertures numériques de l'objectif ou de la surface. La précision sur la mesure de D n'étant pas meilleure que 1^{μ}, il est inutile d'employer des objectifs dont l'ouverture numérique est plus grande que $0^{mm},20$ ($f = 16^{mm}$ en général). Dans ces conditions, $a = 0^{mm},1$ et est négligeable pour tous les rayons plus grands que 5^{mm}. Dans le cas d'un rayon convexe, la distance frontale de l'objectif doit être suffisante pour que l'on puisse placer q et p au centre de courbure. Nous employons pour les petits rayons un objectif

de 80^{mm} de distance frontale : ouverture numérique, $0^{mm},20$. Puis pour des rayons croissants, un objectif de 230^{mm} de distance frontale : ouverture, $0^{mm},08$; précision absolue, $0^{mm},01$. Puis un objectif de lunette : distance frontale, 5000^{mm}; précision, $0^{mm},08$. Cette méthode est d'un maniement très simple et rapide et donne des résultats très réguliers en affranchissant des défauts ordinaires de l'autocollimation :

1° Mauvaise localisation de la surface par pointé direct (lycopode, poussières, rayures);

2° Emploi d'objectifs d'ouverture numérique trop faible.

OPTIQUE. — *Fluorescence du benzène et son absorption infrarouge.* Note [1] de M. V. **Posejpal**, transmise par M. Pierre Weiss.

Dans un Mémoire présenté à l'Académie tchèque des Sciences à Prague [2] j'ai montré qu'un effet analogue à celui de M. Raman doit avoir lieu dans la fluorescence et phosphorescence et, en appliquant mon idée aux spectres de résonance de la vapeur d'iode et de sodium, j'ai fait comprendre l'apparition des ordres négatifs ainsi que l'absence de quelques ordres dans les spectres de résonance. Je vais aujourd'hui étudier la fluorescence du benzène. Pour préciser mon point de vue j'admets que la molécule d'un corps fluorescent peut, après avoir été excitée à la fluorescence, évoluer de deux manières : elle peut soit revenir à son état normal avec émission de lumière fluorescente, soit s'élever à un état d'excitation supérieur en transformant une partie de son énergie de fluorescence en énergie d'excitation infrarouge. En revenant ensuite à l'état normal le quantum de sa lumière de fluorescence se trouve diminué du quantum de la fréquence infrarouge en question. Mais la molécule peut aussi bien s'élever de nouveau à un troisième état d'excitation, par l'action d'une deuxième fréquence infrarouge, appartenant probablement, mais pas nécessairement, à la même bande d'absorption, et ainsi de suite.

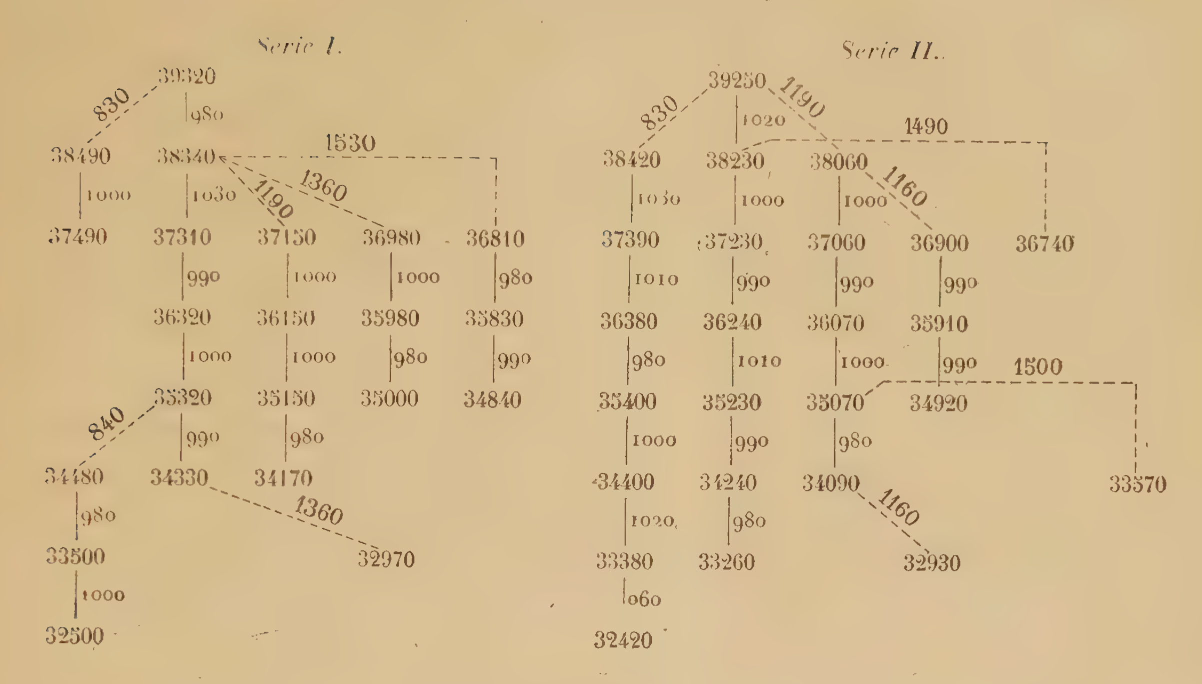
Le spectre de fluorescence de la vapeur de benzène, aux pressions de 26 à 75^{mm}, comprend deux séries de bandes résolvables chacune en un groupe de bandes plus fines. Voici les fréquences en cm^{-1} de ces deux séries, tirées du travail de M. A. Reimann [3].

---

(1) Séance du 19 novembre 1928.

(2) Rozpravy, *Sborník členů* II. třídy, **37**, Praha, 1928, XXXVIII.

(3) *Annalen der Phys.*, 4e série, **80**, 1926, p. 43.



Admettons que les bandes homologues proviennent l'une de l'autre par l'intervention de la même bande d'absorption infrarouge. (Traits pleins dans les tableaux.) La moyenne des fréquences de cette bande fait 994,3 dans la première série et 996,6 dans la seconde, ce qui donne pour sa longueur d'onde $10^{\mu},06$ et $10^{\mu},03$, dont la moyenne $10^{\mu},0$ est en bon accord avec la bande d'absorption $9^{\mu},8$ mesurée par Puccianti et Coblentz et calculée par V. Henri (¹).

Des bandes qui n'ont pas leur homologue dans le groupe d'ordre précédent nous admettons qu'elles résultent de l'action d'autres bandes d'absorption infrarouge. Nous trouvons ainsi (voir lignes pointillées dans les tableaux) l'activité probable des bandes suivantes (entre parenthèses les valeurs observées) :

$\nu = 830, 40, 30$; $\lambda = 12^{\mu}\ (11^{\mu},8)$; $1190, 90, 60, 60$, $8^{\mu},51\ (8^{\mu},7)$, $8^{\mu},3$ (V. Henri); $1360, 60$, $7^{\mu},35\ (7^{\mu},3)$; $1530, 1490, 1500$, $6^{\mu},64\ (6^{\mu},7)$.

Les longueurs d'onde de ces bandes sont en bon accord avec l'expérience.

Pour la fluorescence du benzène liquide les plus précises sont les données

(¹) *Journ. de Phys. et le Rad.*, 6ᵉ série, 3, 1922, p. 181.

suivantes de M. V. Henri ([1]) :

37610 — (590 ; 16,9) — 37020 — (870 ; 11,5, 11,8) — 36150 — (1030 ; 9,70, 9,8) — 35120 — (840 ; 11,9 11,8) — 34280 — (1000 ; 10,0, 9,8) — 33280.

Des nombres entre parenthèses le premier représente la différence des fréquences, le deuxième la longueur d'onde calculée et le troisième la longueur d'onde observée. On y retrouve les mêmes bandes qu'on a vues plus haut, à l'exception de la bande de $16^{\mu},9$, qui n'a pas même été observée par Puccianti et Coblentz. Mais la formule de V. Henri ([2]) nous donne $\nu = 603,4\,\text{cm}^{-1}$ et $\lambda = 16^{\mu},6$ et, de plus, dans le spectre de Raman M. R. W. Wood a trouvé ([3]) pour elle les fréquences 606,7, 601,5, 604,5 cm^{-1}, qui sont en bon accord avec notre fréquence 590 cm^{-1}. Ajoutons que M. Wood a obtenu dans ce même spectre de Raman toutes nos fréquences infrarouges à l'exception de celle de 1360 cm^{-1}, tandis que la fréquence analogue à notre fréquence 994 y est représentée le plus souvent.

Résumé. — Un effet analogue à celui de Raman existe dans le domaine des spectres de fluorescence. Des spectres de fluorescence du benzène résultent les mêmes bandes d'absorption infrarouges que de ses spectres de Raman, et qui sont en bon accord avec l'expérience.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Une énergie naturelle utilisable.* Note ([4]) de M. H. Barjot, présentée par M. L. Lecornu.

L'on sait que pendant les hivers des pays voisins du pôle, les eaux naturelles (rivières, lacs, mers) ne se congèlent qu'à leur surface tandis qu'elles restent liquides dans la profondeur. La carapace superficielle de glace, dont l'épaisseur ne dépasse guère 5^{m}, forme une cloison isolante parfaite empêchant tout refroidissement ultérieur de la masse d'eau, qui, malgré la température très basse de l'atmosphère, se maintient liquide à une température voisine de zéro.

Cette masse d'eau constituant, dans les conditions existantes, une immense réserve calorifique, pourra dès lors être utilisée comme source chaude dans un cycle thermique destiné à produire de l'énergie méca-

---

([1]) *Loc. cit.*, p. 208.

([2]) *Loc. cit.*, p. 198.

([3]) *Phil. Mag.*, 7e série, 6, 1928, p. 729.

([4]) Séance du 26 novembre 1928.

nique, tandis que la source froide exigée par le principe de Carnot sera puisée dans l'atmosphère que l'on suppose être alors à une température très basse (— 40°).

Pour réaliser ce procédé, il suffira de pomper, au moyen d'une canalisation traversant la couche de glace superficielle, une certaine quantité d'eau, soit de la mer ou d'un lac, soit d'une rivière et d'envoyer cette eau circuler dans un bouilleur où elle provoquera l'ébullition d'un gaz liquéfié (NH^3, CO^2, SO^2, ...). Il sera particulièrement pratique d'utiliser comme fluide intermédiaire un composé insoluble dans l'eau pouvant, de ce fait, être mélangé directement avec elle; par exemple, l'un de ces hydrocarbures très volatils existant dans le pétrole brut (propane, $T_e = -37°$; butanes, $T_e = -17°$; éther de pétrole). Ces produits, mélangés intimement à une certaine quantité d'eau naturelle, se mettront instantanément à bouillir sous une pression convenable en provoquant simultanément la congélation d'une masse d'eau correspondante. Remarquons dès maintenant que le travail préalable d'extraction des gaz dissous ne nécessitera qu'une dépense minime d'énergie, car chaque litre d'eau utilisé ne fournit pas moins de 80^{cal} (chaleur de fusion de la glace), c'est-à-dire une quantité de chaleur relativement forte.

Le fluide ainsi obtenu ira travailler dans une turbine et sera ensuite aspiré par un condenseur. Les tubes de ce condenseur pourraient être balayés par l'atmosphère extérieure, mais ce procédé de réfrigération est peu pratique en raison de la faible capacité calorifique de l'air. Voici un moyen préférable :

On sait qu'une solution saturée de sel marin NaCl se solidifie en un cryohydrate à — 22°; elle pourra donc être congelée au contact d'une atmosphère dont la température serait à peu près de — 27°. La glace saline (cryohydrate) ainsi obtenue formera un parfait agent de refrigération en raison de la chaleur énorme qu'elle doit absorber pour fondre (80° C.). Elle sera placée dans le condenseur en contact direct avec la vapeur détendue, puisque le fluide élastique employé est un hydrocarbure insoluble dans l'eau. On obtiendra ainsi une condensation énergique et s'effectuant à température remarquablement fixe (— 22°) correspondant au point de fusion du cryohydrate. L'eau salée de fusion et le fluide liquéfié aisément séparables pourront servir indéfiniment. Autre avantage : la glace, pour être introduite dans le condenseur, n'a à subir aucun traitement préalable d'extraction de gaz dissous.

Des Centrales de production d'énergie pourront être avantageusement

installées au bord de la mer ou au bord d'un lac; un pompage de quelques mètres fournirait à discrétion l'eau à 0°, tandis que la surface congelée à peu près plane, serait aménagée pour recevoir une mince couche de la solution salée saturée ainsi en contact intime avec l'atmosphère. Une circulation régulière de cette solution à travers la Centrale permettrait de séparer les glaçons qui se seraient formés à la surface, et d'en approvisionner le condenseur. D'autre part, comme le sel marin est une substance extrêmement banale, ce système pourrait être mis en pratique sur une très grande échelle; en couvrant avec la solution de sel des surfaces considérables, on augmentera à volonté la puissance de son installation.

Supposons que la température de l'atmosphère soit — 27°, ce qui permet de congeler aisément une solution saturée de sel et ainsi d'avoir une source froide à — 22°; supposons, d'autre part, le rendement mécanique de l'installation égal à 4 pour 100; un calcul simple montre que l'énergie mécanique fournie par 1^{m^3} d'eau non congelée est égale à celle que donnerait ce même mètre cube tombant d'une hauteurde 1360^{m}.

D'autre part, si l'on a à sa disposition une solution saturée de sel congelée sous une épaisseur de 15^{cm} et sur une surface de 4^{km^2}, cette glace saline pourra alimenter le condenseur d'une turbine de 30000 chevaux pendant 24 heures, la turbine marchant toujours à plein rendement.

Il n'est point besoin d'aller au pôle pour mettre en pratique un tel procédé. A Winnipeg, latitude de Paris, on note des froids de — 40°. La riche région industrielle et minière située entre les Grands Lacs et la Baie d'Hudson a des hivers excessivement rudes bien qu'étant à la même distance de l'équateur que la France.

Ce qui est réalisable dans ces régions largement peuplées, l'est encore plus, *a fortiori*, pour les îles avoisinant le pôle magnétique et ces régions du nord du Canada s'étendant du Klondyke au Labrador qui ont déjà laissé entrevoir des richesses minières considérables. La Sibérie se prêterait à une application analogue.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constitution et Thermochimie*. Note de MM. **Albert** et **Marcel Gosselin**, présentée par M. C. Matignon.

En partant des formules de Werner et de la loi de la parité de la valence, nous avons été conduits à généraliser ou à prévoir l'existence, dans les diffé-

rentes molécules minérales ou organiques, des doublets H^2, O^2, Cl^2, N^2, etc., des molécules complètes H^2O, NH^3, C^2H^4, CNH, etc., et des groupes d'atomes CH^2, NH, etc.

Nous obtenons des formules nouvelles comportant un atome central (ou un groupe d'atomes) et des constituants divers pouvant être liés soit par électrovalence, ou action électrostatique, soit par stéréovalence, ou action non électrique, soit simultanément par ces deux modes. Ces formules embrassent à la fois les complexes, la chimie minérale et la chimie organique. Elles rendent compte de la plupart des propriétés chimiques et électrochimiques.

En outre, *elles expriment les chaleurs de formation* et sont ainsi reliées directement à l'énergétique moléculaire, aux équilibres chimiques et aux réactions chimiques en général. Sans entrer dans des détails qui ne peuvent trouver place ici, nous indiquerons que ces formules vérifient, pour l'état gazeux, la loi d'additivité des chaleurs de liaisons des différents groupements constitutifs de la molécule. Il est donc facile de calculer celles-ci à l'aide des composés binaires et de quelques composés ternaires simples. Dès lors toutes les chaleurs de formation peuvent être calculées à partir des formules nouvelles.

On obtient notamment les valeurs suivantes des chaleurs de liaisons, valeurs dans l'expression desquelles les symboles |C|, |N|, |H|, etc. représentent les chaleurs de séparation des atomes des molécules élémentaires, autrement dit les chaleurs de dissociation atomique :

$C - H^2 = 38^{cal}$	$C - NH^3 = 17^{cal}$	$C - N_1 = C - N_2 = \vert C \vert + \vert N \vert - 51^{cal},5$
$C - CH^2 = 25^c$	$C - CNH = 42^c$	$C - H_1 = C - H_2 = \vert H \vert + 22^c$
$N - H = 2 \vert N \vert + 64^c$	$C - NO^2H = 57^c$	$C - Cl_1 = C - Cl_2 = \vert Cl \vert + 25^c$
$C - H^2O = 15^c$	$C - HCl = 26^c$	$C - O_1 = \vert C \vert + \vert O \vert + 26^c$
$C - NH = 2 \vert N \vert - 47^c$	$C - Cl^2 = 37^c$	$C - O_2 = \vert O \vert + 68^c$
$N - CH^2 = 16^c$	$\vert C \vert = 64^c$	

Avec ces 17 valeurs, déduites de la connaissance de 17 chaleurs de formation, nous avons pu calculer par exemple les chaleurs de formation de 38 composés minéraux ou organiques simples de fonctions très diverses (carbures, aldéhydes, cétones, acides, alcools, éthers, dérivés nitrés, dérivés cyanés, dérivés halogénés, amines, amides, urée, guanidine, etc.) sans compter, bien entendu, les corps qui leur sont reliés par la loi d'homologie, ce qui comporte 21 vérifications le plus souvent à 1 calorie près, plus rarement avec un écart de 2 ou 3 calories.

Calculons par exemple la chaleur de formation de l'urée. L'urée pos-

sède, selon la théorie nouvelle, la formule même établie expérimentalement par Werner (aux liaisons de valence près)

$$\begin{array}{c}(NH^3)\\ | \\ (NH)-C:O_1\end{array}$$

Nous avons d'abord les chaleurs de formation expérimentales de

CO	$+26^c,1$
NH^3	$+12^c,2$

auxquelles il convient d'ajouter la chaleur de formation de NH et celles des liaisons :

NH	$+64^{cal}-2\,|N|$
$C-NH^3$	$+17$
$C-NH$	$-47+2\,|N|$

En additionnant on obtient $72^{cal},3$ pour la chaleur de formation de l'urée à l'état gazeux.

La chaleur a été trouvée pour l'état liquide de $80^{cal},8$, ce qui entraîne pour la chaleur de vaporisation une valeur voisine de $8^{cal},5$, ce qui rentre dans l'ordre de grandeur prévu.

Nous exposerons ailleurs, dans des Mémoires détaillés, les principes et les lois fondamentales de cette théorie, les méthodes d'établissement des nouvelles formules, la détermination des chaleurs de dissociation des molécules de carbone et d'azote par voie thermochimique, et enfin les vues nouvelles relatives au mécanisme des réactions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques nouveaux phénomènes de tautomérie dans la série allylique.* Note de M. **Charles Prévost**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une précédente Communication (¹), j'ai exposé la théorie de la *synionie*, dont les principales conséquences, en ce qui concerne les dérivés allyliques β substitués, ont été énoncées dans un Mémoire récent (²).

Cette Note a pour but d'apporter de nouvelles confirmations. Elle traite de phénomènes de tautomérie entre les deux composants d'un certain

(¹) Charles Prévost, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 132.

(²) Charles Prévost, *Annales de Chimie*, 10ᵉ série, 10, 1928, p. 118 et suiv.

nombre de couples :

(I) $C^2H^5CHX - CH = CH^2$

et

(II) $C^2H^5 - CH = CH - CH^2X$

où X représente différentes fonctions : OH, Br, Cl, C^2H^5, $OCOCH^3$, OC^2H^5.

Les alcools I et II (X = OH) sont mésomères à la température ordinaire, et même bien au-dessus ; c'est ainsi que l'alcool secondaire résiste à 2 heures et demie de chauffe à 225° sans trace d'isomérisation ; cependant j'ai montré que vers 360° l'alcool secondaire subit une transformation partielle en alcool primaire.

M. Bouis [1] ayant montré que l'alcool secondaire conduit à un bromure primaire par éthérification, j'ai seulement vérifié que l'alcool primaire conduit à ce même bromure ; il semble qu'il n'existe pas de couple de bromures I et II (X = Br), le bromure II étant une forme pseudomère. Je n'ai pas vérifié cette pseudomérie en mettant en évidence la dualité du produit de saponification directe, car j'ai obtenu avec trois homologues des résultats très nets qui rendaient cette expérience inutile, mais j'ai montré l'anomalie partielle de la réaction sur C^2H^5MgBr [2].

M. Baudrenghien [3] avait entrevu la présence de deux chlorures dans le résultat de l'action de l'alcool secondaire sur HCl, et avait isolé, pour l'homologue inférieur, les deux chlorures primaire et secondaire, obtenus à partir de l'un ou l'autre alcool et HCl.

J'ai montré que l'alcool secondaire donne bien deux chlorures sous l'action de PCl^3, et j'ai réussi à les isoler l'un et l'autre, car ils n'ont pas l'instabilité que leur prête M. Baudrenghien.

Voici les constantes des chlorures secondaire et primaire :

Secondaire..	Eb = 93°	$n_{23} = 1,4224$,	$d_{23} = 0,8966$,	RM = 29,64 (th. 29,68)
Primaire...	Eb = 109°,5,	$n_{23} = 1,4347$,	$d_{23} = 0,9095$,	RM = 29,96

J'ai vérifié que, comme le bromure primaire unique, chacun de ces chlorures conduit par l'action de CH^3CO^2Na à l'acétine primaire, peut-être accompagnée de traces non isolables d'acétine secondaire ; les acétines sont mésomères.

---

(1) Bouis, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 788.

(2) Charles Prévost, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 945.

(3) Baudrenghien, *Bull. Soc. chim. de Belgique*, 32, 1923, p. 337.

L'éthylate de sodium donne également avec l'un ou l'autre chlorure un mélange des deux éthylines où la primaire domine, mais l'éthyline secondaire est cette fois isolable; les deux éthylines sont mésomères; voici leurs constantes :

Secondaire.... Eb = 102°, $n_{23} = 1{,}3986$, $d_{23} = 0{,}7768$, RM = 35,47 (th. 35,61)
Primaire..... Eb = 123°, $n_{23} = 1{,}4099$, $d_{23} = 0{,}7930$, RM = 35,69

Toutefois l'allure de la réaction diffère quand on passe du chlorure primaire au chlorure secondaire; avec ce dernier une réaction donnant HCl et le 1-méthylérythrène devient prépondérante; elle est à peine perceptible avec le chlorure primaire.

Mésomères à la température ordinaire, et même à 100°, car ils supportent 12 heures cette température sans trace d'isomérisation, les deux chlorures deviennent desmotropes dès 175°.

La composition des deux échantillons, constitués primitivement par chacun de ces isomères bien purifiés, tend assez rapidement vers une limite correspondant à une quantité du chlorure primaire très légèrement prépondérante; le chauffage à 175° pendant 6 heures ne provoque aucune décomposition.

J'ai apporté ainsi une vérification jusqu'ici qualitative des cinq conséquences de la synionie qui vont suivre :

a. Si un couple I, II présente à une température T la desmotropie (avec la pseudomérie comme cas limite), un autre couple I', II' dans lequel la fonction X est moins mobile peut présenter la mésomérie à une température T' > T.

b. Mésomères à une température T, des isomères I, II peuvent devenir desmotropes à une température T' > T.

c. Des phénomènes de tautomérie sont observables à des températures bien inférieures à la température de desmotropie.

d. Deux isomères I et II se comportent de même dans une réaction de double décomposition intéressant la fonction mobile.

e. Dans une telle réaction, le radical X lié primitivement à l'ion tripolaire allylique est indifférent; il en est de même du radical primitivement lié à X_1 qui doit remplacer X; le résultat ne dépend que de la nature de X_1 et de celle de l'ion tripolaire.

D'autres conclusions sur le mécanisme de la catalyse d'isomérisation paraîtront, avec l'interprétation détaillée de ces quelques résultats, dans un autre recueil.

MINÉRALOGIE. — *Remarques sur la mesure du pouvoir réflecteur des minéraux opaques et des minéraux transparents très réfringents.* Note de M. **J. Orcel**.

J'ai montré dans une Note précédente (1) comment l'emploi de la pile photo-électrique permettait d'étudier avec un degré de précision suffisant pour les besoins de la minéralogie, le pouvoir réflecteur des minéraux opaques sous l'incidence normale. J'ajouterai ici quelques remarques en ce qui concerne le choix des étalons et la mesure de l'angle de rotation maximum ω du plan de polarisation de la lumière incidente, relatif à une section d'orientation déterminée, dans le cas des minéraux anisotropes.

1° *Choix des étalons.* — Le pouvoir réflecteur absolu de quelques métaux tels que le platine et l'argent, et celui de minéraux isotropes tels que le diamant et la galène étant bien connu pour diverses longueurs d'onde puisqu'on a déterminé pour ces corps, soit les valeurs de l'indice de réfraction n et de l'indice d'absorption $\varkappa$ en mesurant l'ellipticité de la vibration réfléchie sous l'incidence brewsterienne (2), soit la valeur de n par la méthode de prisme pour le diamant, je propose d'utiliser quelques-unes de ces substances comme étalons dans la mesure des pouvoirs réflecteurs des minéraux opaques. On pourra ainsi donner une valeur absolue assez approchée de cette constante optique. Voici les pouvoirs réflecteurs de ces divers étalons calculés d'après la relation

$$\text{(1)} \qquad R = \frac{(n-1)^2 + n^2\varkappa^2}{(n+1)^2 + n^2\varkappa^2},$$

pour la raie D.

	n.	$\varkappa$.	R.
Diamant	2,417	»	0,171 = R_d
Blende	2,42	0,019	0,172 = R_b
Galène	3,912	0,51	0,443 = R_g
Platine	2,06	2,06	0,701 = R_p
Argent	0,18	20,3	0,950 = R_a

Ces valeurs sont suffisamment approchées pour la lumière blanche. En effet la comparaison directe en lumière blanche des pouvoirs réflecteurs de

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1141.

(2) P. Drude, *Wied. Ann.*, 36, 1889, p. 548; 39, 1890, p. 537. — G. Horn, *Inaug. Diss.* (*Neues Jahrb f. Min.*, Beil., 12, 1898, p. 269-342).

ces étalons à l'aide de la cellule photo-électrique m'a fourni les résultats suivants, pour quelques-uns d'entre eux :

	Mesurés.	Calculés pour le jaune.
$R_b : R_d$	0,976	0,994
$R_b : R_g$	0,387	0,388
$R_g : R_p$	0,632	0,631

L'emploi du diamant et du platine sont à recommander en raison de l'inaltérabilité des sections que l'on peut y tailler.

2° *Calcul de* ω. — On peut calculer facilement cette constante en fonction des pouvoirs réflecteurs principaux de la surface considérée. En effet, soient a et b les amplitudes des composantes de la vibration incidente, dirigées suivant les sections principales de la surface, d'indices n_1 et n_2, soient a' et b' les amplitudes des composantes de la vibration réfléchie, dirigées comme a et b. Par suite des différences entre a, b et a', b', la vibration réfléchie est tournée d'un certain angle $(\beta - \alpha)$ par rapport à la vibration incidente, β et α étant les angles que font respectivement la direction de la vibration réfléchie et la direction de la vibration incidente avec la direction d'indice minimum de la surface polie. On montre aisément que l'on a

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{a'}{a}\cdot\frac{b}{b'}\operatorname{tang}\alpha.$$

Les pouvoirs réflecteurs principaux R_1 et R_2 correspondant aux indices n_1 et n_2 étant respectivement égaux aux rapports des carrés des amplitudes, on a, en posant $R_2 : R_1 = \rho$,

$$\operatorname{tang}\beta = \sqrt{\rho}\operatorname{tang}\alpha. \tag{2}$$

On en déduit

$$\operatorname{tang}(\beta - \alpha) = \frac{(\sqrt{\rho} - 1)\operatorname{tang}\alpha}{1 + \sqrt{\rho}\operatorname{tang}^2\alpha}. \tag{3}$$

L'étude des variations de cette fonction montre que $\beta - \alpha$ passe par un maximum $\omega = \beta_m - \alpha_m$, entre 0° et 90°, pour α_m correspondant à

$$\operatorname{tang}\alpha_m = \rho^{-\frac{1}{4}}. \tag{4}$$

Il est intéressant de noter en comparant (4) et (2) que $\operatorname{tang}\alpha_m = \cot\beta_m$.

Connaissant ρ on calculera donc facilement ω. Or on a vu dans la Note précitée comment ρ pouvait être mesuré directement à l'aide de la cellule

photo-électrique. La relation (4) montre que les positions d'éclairement maximum de la section ne sont pas à 45° des positions d'extinctions, mais qu'elles s'écartent d'autant plus de cet angle que ρ est plus grand, c'est-à-dire que la biréfringence $n_2 - n_1$ est plus grande. La constante ρ donne donc une mesure de l'intensité du *polychroïsme de réflexion* du minéral, et renseigne sur la valeur de sa biréfringence. Voici comme exemple les résultats obtenus pour la stibine et la molybdénite :

	Stibine.			Molybdénite (section parallèle à A^6).		
	ρ.	α_m.	ω.	ρ.	α_m.	ω.
Sur h^1	1,55	41°.52′	6°.16′	2,25	39°.14′	11°.32′
Sur g^1	1,21	43.38	2.44	(signe optique négatif)		
Sur p	1,278	43.15	3.30			

Si ρ est mesuré à 0,02 près, ω est connu avec une précision de 10′, du même ordre de grandeur que celle obtenue dans la mesure directe de cet angle à l'aide d'un compensateur ([1]).

MINÉRALOGIE. — *Action de la chaleur et de la perte d'eau sur les propriétés optiques de la heulandite.* Note de M. **Paul Gaubert.**

L'action de la chaleur sur les propriétés optiques de la heulandite confirme les résultats relatifs à sa structure, étudiée dans une Note précédente ([2]) et contribue à les mettre en évidence. Les modifications des propriétés optiques dues à l'action de la chaleur et de la perte d'eau (Des Cloizeaux, E. Mallard, C. Klein, F. Rinne, C. B. Slawson, etc.) sont assez variables à cause des anomalies optiques, qui n'ont pas jusqu'ici été prises en considération. J'ai essayé, malgré les difficultés provenant de la structure des cristaux, de déterminer la part revenant à chacun de ces trois facteurs : chaleur, anomalies optiques, perte d'eau.

Les observations ont été suivies au microscope sur des lames de clivage très minces, détachées de petits cristaux, afin de voir les secteurs correspondant aux faces $a^1(\bar{1}01)$, $p(001)$, $o^1(101)$ et disposées sur sa platine chauffante portant un dispositif pour un échauffement et un refroidissement brusques.

([1]) Cf. Ed. Sampson, *Note on the Determination of Anisotropism in Metallic Minerals* (*Econ. Geol.*, 18, 1923, p. 775-777).

([2]) P. Gaubert, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 829.

Influence de la chaleur seule. — J'ai montré ([1]) que les différents hydrates des platocyanures d'yttrium, de baryum, etc., chauffés dans un liquide inerte (naphtaline monobromée, paraffine fondue, etc.), perdent leur eau à une température plus élevée que dans l'air. De même le domaine de stabilité de la heulandite, contenant une certaine quantité d'eau, est étendu par immersion dans ces liquides. Ses cristaux peuvent être chauffés jusqu'à 109° environ (il y a de légères différences suivant les gisements et même les secteurs) en conservant toute l'eau qu'ils contiennent à la température de 20°. Par conséquent, au-dessous de 109°, un cristal chauffé dans ces conditions est soumis à l'action de la chaleur seule.

A mesure que la température s'élève, on constate deux effets :

1° La biréfringence de la lame de clivage augmente par suite de l'écartement progressif des axes optiques (le fait est déjà visible à 40° si l'épaisseur de la lame est convenablement choisi) jusqu'au voisinage de 109° ([2]), c'est-à-dire jusqu'au moment où l'eau commence à se dégager. L'augmentation de la biréfringence n'est pas la même dans tous les secteurs ([3]).

2° Le plan des axes tourne et la rotation, variable dans les cristaux des divers gisements, est d'autant plus grande que l'angle fait par le plan des axes optiques avec la face $p(001)$ est plus élevé (rotation de 5 à 25°, mais habituellement 8°). La même règle s'applique aux divers secteurs d'un même cristal. Elle souffre toutefois des exceptions dans les deux cas et, parfois même, il n'y a presque pas de rotation.

La préparation étant ramenée à la température ordinaire, le plan des axes ne reprend pas sa position primitive et la biréfringence des secteurs n'est pas la même que celle du début. Le phénomène est rarement réversible et ce fait ne peut être attribué qu'à la modification des anomalies optiques dont l'effet se superpose à celui des propriétés optiques de la substance. On sait que dans la plupart des cristaux (blende, sénarmontite, bromyrite, etc.), ces anomalies disparaissent ou diminuent sous l'action de la température

---

([1]) P. Gaubert, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 383.

([2]) Les résultats de C. B. Slawson, obtenus avec des cristaux un peu épais chauffés dans l'huile de vaseline, sont comparables aux miens jusqu'à 109°, puisqu'il n'y a pas de perte d'eau contrairement à ce que suppose cet auteur (*Am. Min.*, **10**, 1925, p. 315).

([3]) Une lame de clivage de heulandite, chauffée à l'air, montre au début, jusqu'à 50°, une élévation de la biréfringence et une légère rotation du plan des axes optiques, l'eau n'ayant pas le temps de se dégager. Avec un chauffage de plusieurs heures, l'uniaxie peut se produire sur les bords déjà à 48° (tension de vapeur $9^{mm},5$).

(R. Brauns, P. Gaubert, etc.). Cette hypothèse est confirmée par le fait que la préparation, chauffée plusieurs fois jusqu'à 109° et refroidie, finit par posséder des propriétés réversibles.

Influence de la perte d'eau. — Pour la déterminer, les cristaux contenant une certaine quantité d'eau ont été examinés à la température ordinaire dans un liquide inerte, afin que le degré d'hydratation reste constant. Jusqu'ici, je n'ai enlevé l'eau que dans la proportion maximum de 3,5 pour 100 correspondant à peu près à celle qui se dégage à 105° dans l'air du laboratoire.

Je veux faire seulement remarquer ici que les modifications sont déjà très grandes avec une perte de 1,80 pour 100, représentant une demi-molécule de H^2O de la heulandite; le cristal est en effet à peu près uniaxe. Avec une quantité plus faible, la biréfringence de la préparation a diminué et, avec 2,2 pour 100, le plan des axes a tourné de 90° par rapport à sa position primitive et l'écartement de ces derniers dépasse 20°. Avec une perte de 3 pour 100 l'écartement est très grand. L'uniaxie ne peut pas exister dans les expériences de Slawson, mais elle est réalisée ici, si elle n'est pas troublée par les anomalies optiques.

Les divers secteurs ne se comportent pas de la même manière, celui qui correspond à la face a^1 devient uniaxe avec une perte d'eau un peu plus faible.

Il résulte de ce qui précède que si l'élévation de la température provoque une certaine rotation du plan des axes optiques et augmente l'écartement de ces derniers, la perte graduelle d'une demi-molécule d'eau rapproche ces axes jusqu'à ce que le cristal soit uniaxe et les fait ouvrir dans un plan perpendiculaire au plan primitif. Par conséquent, les propriétés optiques des cristaux de heulandite, à une température relativement basse, jusqu'à 109°, sont surtout sous la dépendance de la quantité d'eau qu'ils contiennent. Les anomalies optiques jouent aussi un rôle, mais elles ne changent pas le sens du phénomène, elles contribuent surtout à mettre en évidence les secteurs et les bandes.

GÉOLOGIE. — *L'existence du Bétique de Malaga dans la région de Grenade.* Note de M. **Maurice Blumenthal**, présentée par M. Pierre Termier.

Les grands complexes tectoniques reconnus dans la partie occidentale des Cordillères bétiques peuvent être groupés comme suit : 1° à la base, le

dôme de la Sierra Nevada recouvert, au moins partiellement, par 2° les nappes à Trias alpin (Alpujarrides) qui, à leur tour, supportent 3° le Bétique de Malaga, composé de schistes paléozoïques avec couverture incomplète de Permo-Trias (faciès germanique) et de Tertiaire.

Les unités du second complexe ont été désignées comme *nappes bétiques* par M. Brouwer; l'auteur, au contraire et d'accord avec M. R. Staub, préfère limiter ce terme au Paléozoïque de Malaga. Pourtant, en donnant au mot *Bétique* un sens large, il convient de distinguer le Bétique de Malaga et celui de Grenade.

Bien que la succession ci-dessus ne soit pas encore confirmée par des recherches détaillées relatives aux régions comprises entre Malaga et la Sierra Nevada, la superposition du Bétique de Malaga aux Alpujarrides est hors de doute, des considérations générales, des observations tectoniques ainsi que des comparaisons lithologiques en peuvent déjà fournir la preuve. En particulier l'étude des deux coupes ci-après démontre *l'existence du Paléozoïque de Malaga dans la région grenadine* et renseigne sur la position relative des deux Bétiques.

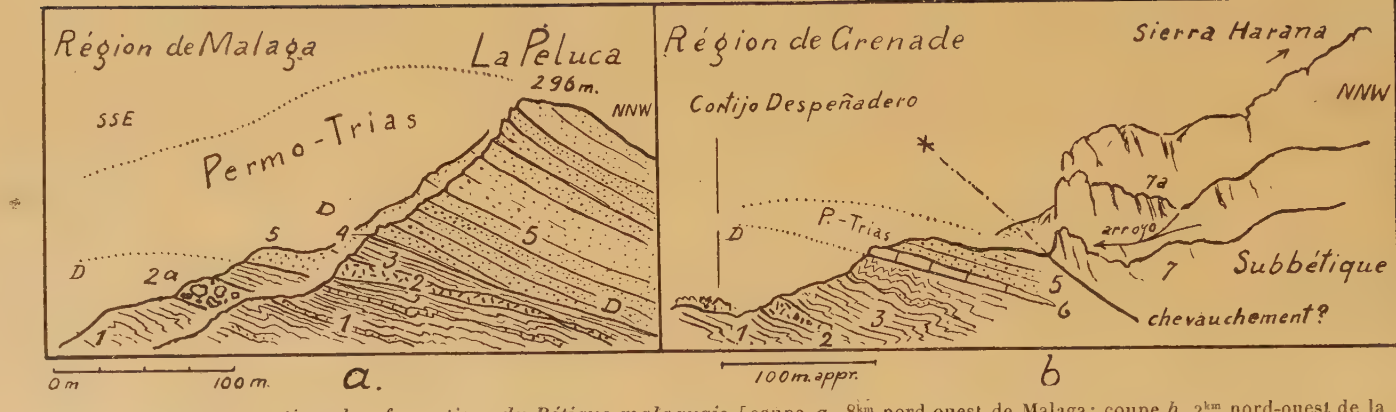
La coupe de la Peluca *a* montre la série qui couronne la carapace du Bétique de Malaga.

La coupe *b* apporte la solution du problème. Elle a été relevée dans la zone de Cogollos Vega qui s'intercale entre la chaîne subbétique de la Sierra Harana au Nord, et les dolomies des Alpujarrides (Bétique de Grenade) au Sud. Quoique M. van Bemmelen (¹) donne une bonne description de cette importante zone, il la considère en totalité comme permotriasique et la réunit à la nappe subbétique qui repose dessus; moi-même je l'avais par erreur liée dans ma synthèse préliminaire (²) à la zone triasique d'Antequera. Des constatations postérieures m'ont permis de reconnaître les schistes de la partie supérieure du Bétique de Malaga comparés dans les coupes ci-contre et supportant le Permo-Trias formé de lambeaux disjoints, en discordance, souvent très difficile à observer. L'analogie de cette disposition stratigraphique avec celle du Bétique malaguais est augmentée par la présence de calcaires éocènes, probablement transgressifs, qui couvrent les schistes anciens près de Diezma (³).

(¹) R. W. van Bemmelen, *Bijdrage tot de geologie der betische ketens in de provincie Granada*, Waltmann, Delft, 1927, p. 53.

(²) M. Blumenthal, *Versuch einer tektonischen Gliederung der betischen Cordilleren von Central-und Südwest-Andalusien* (*Eclog. geol. Helv.*, 20, 1927, p. 503).

(³) Van Bemmelen, *loc. cit.*, p. 60.



Deux coupes comparatives des formations du Bétique malaguais [coupe *a*, 8km nord-ouest de Malaga; coupe *b*, 2km nord-ouest de la Venta del Molinillo (Grenade-Guadix)]; distance rectiligne entre les 2 coupes, 115km; les couches comparées lithologiquement sont numérotées du même numéro]. 1, alternance de schistes noirs, argileux, arénacés, peu métamorphiques et d'une couleur d'altération vert olive, intercalation de grauwackes; 2, coupe *a*, conglomérat verdâtre, composé de quartz blanc (prép.), schistes noirs siliceux, grès, etc., éléments de la taille d'une noisette, ciment : schisteux, verdâtre, épaisseur 20m; 2 *a*, conglomérat grossier, formé surtout de gros blocs d'un calcaire bleu grisâtre, échinodermique, à sections de brachiopodes; coupe *b*, conglomérat bréchoïde gris verdâtre, composé surtout de grauwackes, contenant quelques rares galets de calcaires bleus, échinodermiques; 3, schistes et grauwackes, 5-8m (coupe *a*), irrégulièrement plissés (coupe *b*); D, discordance, peu apparente à cause de la discordance presque insensible (coupe *a*) ou du plissement intense (coupe *b*); 4, grès fins, verts, argileux; 5, grès rouges, fins ou moyens avec quelques galets isolés; 6, calcaires blancs ou jaunâtres, peu dolomitiques, admettant vers le haut quelques calcaires caverneux; 7, calcaire blanc compact, lité en bancs grossiers, Lias du Subbétique; 7 *a*, série de calcaires ternes, lités alternant avec des couches marneuses, Toarcien à *Pseudogrammoceras* cf. *Saemanni* Dum. sp. (déterm. P. Fallot). Les éléments les plus typiques des parties supérieures du Bétique *s. str.* font défaut dans les deux coupes; ce sont des paquets d'un calcaire bleu foncé noir, presque toujours en lentilles et irrégulièrement plissés (« calizas alabeadas », Culm ou Dévonien). Ils sont néanmoins présents en d'autres points des zones en question.

Retrouvant les schistes du Bétique de Malaga au-dessus du front nord des Alpujarrides à l'est de Grenade, on peut en conclure que *la nappe immense qui embrasse à l'ouest de la Sierra Nevada une surface de quelque 6000-7000$^{km^2}$ se prolonge vers l'Est et y chevauche aussi les unités sous-jacentes.*

GÉOLOGIE. — *Le prolongement des nappes cévenoles sur le pourtour occidental du bassin houiller de Saint-Étienne.* Note de M. **A. Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré dans des Notes antérieures ([1]) que l'on pouvait suivre depuis Saint-Étienne jusqu'au Rhône, sur une quarantaine de kilomètres, quatre nappes cristallophylliennes au-dessus du granite et du gneiss granitoïde de base. De nouvelles recherches me permettent de dire dans quelles conditions ces unités se prolongent sur le pourtour occidental du bassin houiller de Saint-Étienne, où les phénomènes d'écrasement et de charriage ont d'ailleurs été signalés dès 1906 par MM. P. Termier et G. Friedel ([2]).

A l'ouest de Planfoy, le dispositif complexe du massif du Pilat fait place progressivement à un dispositif plus simple. La nappe des Trois-Dents s'amincit et disparaît. Les deux nappes moyennes, Pouyardière et Pilat, s'amincissent également et, par disparition des gneiss œillés intermédiaires, se confondent apparemment en une seule unité. La nappe supérieure ou nappe de Laval se réduit d'abord par disparition des gneiss œillés supérieurs. Puis, entre le Cotatey et Saint-Just-Malmont, elle comprend à sa base sur environ 3^{km} une écaille de granite qui passe, par l'intermédiaire de gneiss à mica noir, aux micaschistes de la nappe et qui est séparée du granite autochtone par les gneiss mylonitiques de la nappe de Pouyardière. Près de Saint-Just-Malmont, cette lentille se termine en biseau et les micaschistes s'écrasent directement sur la nappe de Pouyardière; le dispositif tectonique se trouve ainsi réduit à deux nappes.

A l'ouest de Saint-Just-Malmont les gneiss à mica noir laminés de la nappe de Pouyardière tiennent une place importante jusqu'aux abords de Saint-Ferréol d'Auroure. Ils affleurent dans la vallée de la Gampille au-dessous des micaschistes, qui sont eux-mêmes recouverts par le granite de la Gampille. Réduits à une bande très étroite près du village de Saint-Ferréol

---

([1]) A. Demay, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 645, 792, 933, 1033.

([2]) P. Termier et G. Friedel, *Comptes rendus*, 142, 1906, p. 1003.

et jusqu'au hameau de la Fayette, ils sont ensuite partiellement masqués par la masse granulitique de la Rivorre et apparaissent de nouveau avec un faciès typique au-dessus des Girards, subhorizontaux, et dominés topographiquement par les micaschistes peu inclinés de la croupe 735.

Ils disparaissent près de la Vaure sous le Houiller. On retrouve encore à l'ouest d'Unieux et jusqu'à hauteur de Roche-la-Molière quelques lambeaux de gneiss à mica noir laminés. Plus au Nord, le Houiller repose sur le granite autochtone, et lorsque au nord du Lizeron reparaît du Cristallophyllien épargné par l'érosion antéstéphanienne, on ne reconnaît plus que la nappe des micaschistes charriée directement sur le granite. La nappe de Pouyardière se termine ainsi en biseau entre cette nappe et l'Autochtone.

A partir de Saint-Just-Malmont, les micaschistes de la nappe de Laval peuvent être suivis tout autour du golfe houiller de Firminy, trace d'un repli synclinal accessoire, puis après des interruptions qui résultent, soit de la granulitisation, soit de l'érosion antéstéphanienne, ils affleurent largement entre le Lizeron, Saint-Just-Malmont et la Fouillouse. Dans l'ensemble la nappe de Laval coïncide ici avec la nappe B de MM. Termier et Friedel ([1]), avec la nappe des micaschistes de MM. Friedel et Grandjean ([2]). L'îlot de micaschistes de la croupe 703 est un lambeau de recouvrement indiscutable de cette nappe.

Dans toute cette région, le charriage de la nappe de Pouyardière et de la nappe de Laval sont démontrés par la forme lenticulaire des éléments tectoniques, par l'existence d'une lentille de granite charriée sur les gneiss mylonitiques de la nappe de Pouyardière, par l'allure recouvrante des nappes que des replis synclinaux et des lambeaux mettent en évidence, enfin par la continuité des phénomènes d'écrasement.

La fausse arkose des travaux souterrains de Montrambert, reconnue comme mylonite par MM. Termier et Friedel en 1906, et les roches analogues qni affleurent plus à l'Ouest, encartées dans les micaschistes, me semblent au microscope des mylonites de gneiss, dont la texture gneissique est plus ou moins effacée par l'écrasement, et qui traduisent, au sommet de la nappe de Laval, le renversement des micaschistes et l'existence d'écailles.

En résumé, lorsqu'on suit sur le pourtour occidental du bassin de Saint-Étienne le complexe tectonique des Cévennes septentrionales on voit la nappe des Trois-Dents s'amincir et disparaître, la nappe du Pilat et la

---

([1]) Termier et Friedel, *C. R. somm. Soc. géol. de Fr.*, 4e Série, 27, 1907, p. 192.

([2]) Friedel et Grandjean, *Bull. Serv. Carte géol.*, 20, 1909-1910, p. 500.

nappe de Pouyardière se confondre puis disparaître entre Firminy et Saint-Just-sur-Loire. Au contraire la nappe de Laval ou des miscaschistes se prolonge jusqu'aux terrains tertiaires ou quaternaires du Forez. Entre Montrambert et Firminy, des lames de gneiss mylonitique accusent au sommet de cette nappe l'existence d'écailles que chevauche une nappe encore plus haute, celle de la Gampillé.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans le Labourd* (*Basses-Pyrénées*). Note de M. **Pierre Viennot**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré antérieurement [1] que le massif ancien du Labourd est bordé, non par une couverture régulièrement transgressive de couches secondaires, comme l'indique la feuille de Bayonne, mais par des accidents isolés faisant affleurer localement les terrains secondaires (Trias, Jurassique, Aptien, Albien) au milieu du Flysch du Crétacé supérieur, qui est généralement en contact direct avec les roches anciennes métamorphisées. Mes récentes explorations détaillées en vue de la revision de la feuille géologique *Bayonne* m'ont permis de vérifier que ces accidents, très aberrants, sont, comme le grand croissant Armendarits-Hasparren, des *extrusions* [2] caractérisées par les relations isoclinales du Flysch et des couches plus anciennes, qui surgissent brusquement et sont sectionnées transversalement avec l'apparence d'un passage latéral très brutal au Flysch. Ces accidents sont encore plus découpés et plus morcelés que sur ma carte de thèse. J'ai découvert un petit pointement de calcaire jurassique au moulin de Saldionde (1^{km} nord-ouest d'Hasparren). Près de la maison Yellocia, ce calcaire surgit encore en deux affleurements très exigus. Les contours de l'extrusion plus occidentale (3^{km} ouest d'Hasparren), qui intéresse des marnes et calcaires jurassiques de direction est-ouest, sont particulièrement capricieux.

D'Urcuray à Espelette se développe un accident plus étendu, et lui aussi très aberrant : à Urcuray surgit une masse de calcaires et de marnes juras-

(1) P. Viennot, *Recherches structurales dans les Pyrénées occidentales françaises* (*Bull. Carte géol. Fr.*, 30, 1926-1927, p. 151-418).

(2) P. Viennot, *Sur les « extrusions », accidents spéciaux et très aberrants qui jalonnent le bord des Pyrénées françaises* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1137-1139).

siques, séparée du massif ancien par une mince bande de Flysch crétacé qui disparaît vers la maison Ahardoya, de sorte qu'à partir de là et jusqu'à Espelette, la série secondaire, largement oblitérée par des cailloutis pliocènes, paraît être au contact direct du Paléozoïque. J'ai été amené à modifier dans ce secteur les contours que j'avais antérieurement établis : en effet, avec la collaboration des élèves qui m'accompagnaient (Mlle Alimen, MM. Marie et Yangkieh), j'ai pu trouver quelques fossiles déterminables dans des marnes que Seunes (sur sa carte de thèse) et moi-même avions attribué au Flysch : à l'est d'Espelette, au nord de la bande calcaire du Jurassique moyen, nous avons trouvé, le long de la route d'Espelette à Cambo, un horizon marneux contenant des fossiles aptiens : *Exogyra aquila, Toxaster* cf. *Collegnoi*, ... ; au sud de cette bande calcaire, dans un affleurement très localisé au milieu du Pliocène, et rafraîchi par des travaux récents, à 200m au nord-ouest de la maison Ithuraldia, des marnes jaunes altérées nous ont fourni : *Cycloceras Maugenesti* d'Orb., *Schlotheimia Laigneleti* d'Orb., *Echioceras* cf. *raricostatum* Zieten, *Pentacrinus* sp., correspondant aux couches de passage du Lias inférieur au Lias moyen ([1]). Ainsi, dans l'ensemble, *les extrusions intéressant les terrains secondaires du Labourd jalonnent une ligne anticlinale qui se rapproche du massif ancien lorsqu'on se déplace vers l'Ouest à partir d'Armendarits, et qui arrive vers Espelette au contact direct de celui-ci.*

Les rapports entre le massif ancien et les couches les plus récentes sont partout anormaux. En aucun point, on ne voit de conglomérat à la base du Flysch, qui se montre en contact brutal avec le complexe cristallophyllien, essentiellement constitué par des gneiss grenatifères affectés d'un pendage moyen de 20° à 25° au Sud. Des lames répétées de Trias et de Paléozoïque s'observent au nord d'Itxassou et au sud d'Espelette. Les schistes carbonifères sont intensément broyés entre Espelette et Sare ; ils constituent une ligne de collines, dominant la plaine de Flysch au Nord et au Sud, et ils dessinent une bande dont la terminaison, sur le méridien de Sare, est très intéressante. J'en ai relevé la carte au $\frac{1}{20000}$. Le contour du Carbonifère labourdin, constitué de schistes à filons de quartz et de lydiennes attribuables au Dinantien, prend en écharpe la série de la Rhune, composée de Stéphanien (schistes à plantes), de Permien (schistes rouges avec épanchements andésitiques), de Trias inférieur (conglomérats et grès quartzeux,

---

([1]) M. H. Douvillé, a bien voulu préciser la détermination de ces fossiles liasiques.

argilites), de Keuper (argiles bariolées avec ophite), de Lias supérieur (calcaires et marnes fossilifères) et d'Albien (grès et schistes noirs); cette série plonge régulièrement au Nord sous un angle qui, au nord de Sare, varie de 20° à 40°. Le Lias réapparaît en un dôme régulier au fond du ravin d'Amots, dominé de toute part par l'Albien qui s'enfonce *vers l'Est* sous le Carbonifère du Labourd avec un angle de 15°. De plus, un témoin isolé, grossièrement elliptique, de lydiennes et schistes carbonifères broyés se montre au nord-ouest de Sare, bordé au Sud par les argilites triasiques affectées d'un plongement septentrional régulier de 20° à 25°, et au Nord par le Keuper ophitique, qui repose visiblement et régulièrement sur les argilites vers l'Ouest (Saint-Ignace). Il ne me semble donc pas possible d'interpréter ce témoin autrement que comme *un lambeau supporté par la série triasique de la Rhune, et séparé par l'érosion de la masse paléozoïque principale, elle-même en recouvrement.*

Actuellement encore, l'interprétation du massif ancien du Labourd en une nappe chevauchant sur les terrains plus récents me paraît celle qui s'accorde le mieux avec les faits d'observation que je viens de préciser, et dont tout essai de synthèse devra tenir compte.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la faune des calcaires cambriens de Sidi Mouça d'Aglou, près de Tiznit (Sud marocain).* Note de MM. **Jacques Bourcart** et **Guy Le Villain**, présentée par M. H. Douvillé.

Au cours d'une exploration de la bordure méridionale du Sous, l'un de nous (Jacques Bourcart) (1) a eu l'occasion de recueillir des *Archæocyathus* dans les calcaires bleus qui forment les falaises le long du rivage de l'océan, à partir de Sidi Mouça. Sur ces calcaires reposent, à Sidi Ouaggag, des grès schisteux à chlorite et ciment calcaire; plus à l'Est encore, au pont de l'Oued Massa, sur la piste de Tiznit à Agadir, on observe des schistes noirs et des phtanites à Radiolaires qui semblent faire suite normalement aux grès à chlorite.

Tout cet ensemble, autrefois considéré par Brives et ses successeurs comme *Cénomanien*, doit être rangé dans le Cambrien. On peut comparer les phtanites et les schistes qui affleurent dans l'oued Massa aux schistes

---

(1) Jacques Bourcart, *Découverte de Cambrien à* Archæocyathus *dans l'Anti-Atlas marocain* (*C. R. sommaires Soc. Géol. de France*, 1-2, 1927, p. 10-11).

noirs à *Paradoxides mediterraneus*, découverts dans les Djebilet par M. Barthoux qui, comme l'ont montré récemment MM. Roch (¹) et Russo (²), surmontent des calcaires à Archéocyathidés.

Les calcaires bleus de Tiznit contiennent une faune très abondante d'Archéocyathidés, à l'exclusion de tout autre fossile. Nous avons pu, grâce à une mission qui nous était confiée par le Dr Liouville, directeur de l'Institut scientifique chérifien, recueillir en abondance de nouveaux matériaux que nous avons étudiés en commun.

Une partie des échantillons est presque exclusivement constituée par des *Archæocyathus Ajax*, dont les cavités centrales sont souvent remplies d'une arkose feldspathique à ciment de calcite. D'autres blocs contiennent presque exclusivement des *Coscinocyathus*, enfin quelques-uns ne montrent que de rares individus conservés d'*Archæocyathus retesepta*.

Nous avons pu jusqu'ici reconnaître les espèces suivantes :

Archæocyathus (Billings) : *A. Ajax* Taylor, *A. Sellicksi* Taylor, *A. retesepta* Taylor, *A.* cf. *stapipora* Taylor, *A.* sp.

Etmophyllum (Walcott) : *E. profundum* Billings = *Archæocyathus profundus* Taylor.

Coscinocyathus (Bornemann) : *C. elongatus* Bornemann, *C.* cf. *calathus* Born. *C.* sp.

Protopharetra (Bornemann) : *P.* sp.

Nous avons en outre observé des organismes indéterminés, circulaires et sans septa.

Toutes les formes citées, à l'exception de *Coscinocyathus elongatus* et d'*Etmophyllum profundum* se trouvent dans les calcaires géorgiens du sud de l'Australie (Taylor); *C. elongatus* a été trouvé par Bornemann dans des calcaires de Sardaigne, considérés autrefois comme géorgiens par Frech et que maintenant Gortani (³) pense être acadiens; quant à l'*Etmophyllum*, Walcott l'a cité dans les couches à *Olenellus* de l'Anse au Loup (Labrador). *A. Ajax* et *A. Sellicksi* ont été recueillis par M. Roch dans les Djebilet sous les couches acadiennes à *Paradoxides mediterraneus*.

(¹) E. Roch, *Sur l'extrémité occidentale des Djebilet (Maroc)* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 137).

(²) P. Russo, *Sur la présence d'Archæocyathidés dans le Djebel Ighoud (Djebilet, Maroc occidental)* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 138).

(³) Gortani, *La serie paleozoïca delle Alpi Carniche e nella Sardegna* (*C. R. XIVe Congrès géologique int. Madrid*, 1924, II, p. 713-718).

On peut donc penser que les calcaires de Tiznit représenteraient la base de l'Acadien, ou plutôt le Géorgien. Leur position stratigraphique relative paraît du reste identique à celle des calcaires analogues du Haut-Atlas marocain (région du Goundafi), où M. L. Neltner vient de découvrir aussi une faune d'Archéocyathidés ([1]).

Depuis que l'un de nous a découvert le gisement de Tiznit, où pour la première fois en Afrique étaient reconnus des *Archæocyathus*, des faunes analogues ont donc été retrouvées dans le Haut Atlas et les Djebilet (nord-ouest de Marrakech). Ce facies reste encore inconnu dans la Méséta marocaine où pourtant l'Acadien et le Potsdamien sont largement développés, mais par contre il est bien possible que les schistes argileux, contenant de grands bancs de calcaires marmoréens, qui forment la base de la série primaire de Ceuta représentent l'équivalent des couches de Tiznit.

CHIMIE AGRICOLE. — *Fertilisation des sols pauvres en calcaire. Essais comparatifs de divers carbonates.* Note ([2]) de MM. **Gustave Rivière** et **Georges Pichard**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nos expériences, commencées en 1925, ont été entreprises à la Martinière (S.-et-O.) et à Versailles. Des carbonates de calcium, de magnésium, de sodium et de potassium ont été employés en quantités équimoléculaires dans le but de provoquer dans le sol une alcalinisation de même ordre. Ils ont été incorporés à chacune des parcelles de nos champs d'essai le 25 septembre 1925. Et le semis de la céréale, qui dans la circonstance fut du blé (var. Oscar Benoit), eut lieu le 3 novembre suivant. Voici les résultats que nous avons obtenus sur des parcelles d'un are :

Nature des carbonates.	Quantités appliquées.	Rendements en grain.
	kg	kg
Carbonate de calcium	6,4	34
Carbonate de magnésium	5,4	35
Carbonate de sodium	7	38
Carbonate de potassium	9	35
Témoin	néant	20

([1]) L. Neltner, *Sur la géologie du pays Goundafa (Haut Atlas marocain)* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 707).

([2]) Séance du 26 novembre 1928.

Nous avons repris ces essais en 1927, à la Martinière et à la Boissière, en opérant sur de l'avoine et dans des sols qui, malgré leur composition différente, présentent néanmoins des caractères communs : ils sont tous deux pauvres en chaux et sont encore alcalins. Quant à leur teneur en acide phosphorique et en azote, elle est de même ordre; mais à la Martinière on rencontre plus d'argile qu'à la Boissière, donc plus de potasse (¹).

Les résultats que nous avons obtenus sont les suivants :

PARCELLES DE 20^{m^2} PAR SÉRIES DE 5.

Nature des carbonates.	Quantités appliquées sur 20^{m^2}.	Récolte (en grain) sur 20^{m^2}.	Récolte (en grain) rapportée à l'are.
Ferme de la Martinière (avoine Mansholt).			
	kg	kg	kg
Ca	1,280	6,90	34,5
Mg	1,080	7,00	35,0
Na	1,400	7,16	35,8
K	1,800	6,70	33,5
Témoins	néant	6,00	30,0
		Moyenne de 5 parcelles chaque.	
Ferme de la Boissière (avoine von Lochow).			
Ca	1,280	7,16	35,8
Mg	1,080	7,00	35,0
Na	1,400	7,40	37,0
K	1,800	6,70	33,5
Témoins	–	6,20	31,2
		Moyenne de 5 parcelles chaque.	

On constate que tous les carbonates que nous avons employés ont élevé les rendements des récoltes, parfois même très notablement, par rapport

(¹)

	La Martinière (limon des plateaux).	La Boissière (sable de Fontainebleau).
pH	7,2 °°/₀₀	7,2 °°/₀₀
Azote	1,90 »	1,82 »
Acide phosphorique P^2O^5	0,90 »	0,86 »
Potasse (en K^2O)	9,00 »	2,10 »
Carbonate de calcium (en CO^3Ca)	1,60 »	1,40 »
Oxyde de manganèse (en MnO)	0,06 »	0,04 »

aux témoins, mais que c'est le carbonate de sodium qui, *dans tous les cas*, s'est montré le plus actif.

Nous ne pouvons affirmer que son action se soit bornée, de même que celle des autres carbonates, à favoriser la nitrification en modifiant la réaction de ces sols, trop faiblement alcalins, car les autres carbonates auraient dû agir aussi efficacement, étant donnée que le nombre d'ions basiques apportés a été le même sur toutes les parcelles.

Nous sommes donc conduits à admettre que le sodium a été, dans la circonstance, un véritable engrais.

Rapprochant ces résultats de ceux que l'un de nous (G. Rivière, *Conférences agricoles*) a obtenus dès 1882 en comparant l'action du nitrate de sodium à celle d'un poids égal de sulfate d'ammonium, de ceux qui nous ont été fournis par les témoins de nos essais comparatifs entre l'efficacité de l'azote nitrique employé seul (à l'état de nitrate de sodium) et l'azote ammoniacal en présence de stérilisants partiels du sol (*Comptes rendus*, 1925), enfin des récentes recherches de M. Gabriel Bertrand démontrant la présence du sodium dans les plantes terrestres, nous nous permettrons d'avancer que c'est, vraisemblablement, à la nitrification plus facile des réserves d'azote contenues dans le sol, d'une part, et aux exigences en sodium des plantes en expériences, d'autre part, que nous devons les excédents de récoltes que nous avons obtenus, ce qui revient à dire à la supériorité d'action du carbonate de sodium sur les autres carbonates employés comparativement.

ENTOMOLOGIE. — *Nouvelle contribution à l'étude de l'anolocyclie chez les Aphidés.* — Forda formicaria *Heyden et sa forme anolocyclique*. Note [1] de M. **A. Mordvilko**, présentée par M. P. Marchal.

Ce n'est qu'en septembre-octobre de l'année courante que j'ai réussi à établir que les *Forda formicaria* Heyden (1837), qui vivent sur les racines des Graminées, sont des exilés du « *Pemphigus* » *semilunarius* Pass. (1856). J'avais d'abord rapproché le *P. semilunarius* d'un autre puceron radicicole, le *Hemitrama bykovi* Mordv., en faisant toutefois remarquer déjà que chez ce dernier la forme du rhinarium primaire du dernier article des antennes diffère légèrement de celle du rhinarium des embryons des émigrants du *P. semilunarius* (*Mém. Soc. zool. Fr.*, 1927, p. 66).

---

[1] Séance du 26 novembre 1928.

Grâce à l'obligeance de M. G. Tregouboff, j'ai reçu à la fin de septembre et au commencement d'octobre une quantité de galles fraîches de *P. semilunarius* (de *Pistacia terebinthus*) de Villefranche-sur-Mer (près de Nice), et j'ai pu procéder à l'élevage de la descendance des émigrants ailés sur les racines d'*Agropyrum*, *Dactylus*, *Deshampsia*, *Poa* et autres Graminées. Les larves se nourrirent par succion en bas des tiges (ainsi que sur les rhizomes pour *Agropyrum*) et se développèrent; mais en même temps elles prirent une couleur vert pâle et quelques autres particularités du *Forda formicaria* :

Voici ces caractères : chez les individus ainsi élevés, le rhinarium du dernier (cinquième) article de l'antenne a la forme d'un étroit demi-cercle, entourant l'article transversalement (la largeur de l'arc est à sa longueur comme 2 est à 7-9 chez les nouveau-nés et chez les jeunes; elle est comme 3-5 est à 8-9 chez les adultes); la longueur de l'arc est égale au diamètre de l'article ou même plus longue; des poils assez longs et fins couvrent les extrémités et aussi la tête et le thorax, mais sur l'abdomen ils sont beaucoup plus courts et peu visibles. Les nouveau-nés sont de différentes dimensions : les jeunes stades (0,56-0,60 jusqu'à $0^{mm},96$ de longueur) ont le quatrième article de l'antenne plus court que le cinquième et l'antenne elle-même est comme chez les jeunes du *F. formicaria* radicicole; chez les plus gros ($1,02-1^{mm},14$) les antennes sont extraordinairement longues ($0,80-1^{mm}$), presque aussi longues que chez les adultes, et la longueur absolue des articles est la même. Dans ce dernier cas, les quatrième et cinquième articles sont presque égaux. En 4 à 5 semaines les nouveau-nés deviennent adultes ($1,8-2^{mm},65$, les antennes $0,89-1^{mm},14$) et commencent à leur tour à produire la nouvelle génération.

J'ai distingué antérieurement une autre forme, très voisine du *F. formicaria* : le *F. viridis*. Les adultes de cette dernière atteignent une grandeur plus considérable ($2,5-3^{mm},1$) que le *F. formicaria* ($2-2^{mm},6$ et rarement presque 3^{mm}); ils ont d'assez longs poils non seulement sur la tête et le thorax, mais aussi sur l'abdomen; le dernier article des antennes est ordinairement un peu plus long que l'avant-dernier, mais il lui est parfois presque égal. Cependant les jeunes et les nouveau-nés sont très semblables à ceux du *F. formicaria*. Il est possible, comme je le crois à présent, que le *F. viridis* est seulement une forme un peu aberrante du *F. formicaria*. Le *F. formicaria* typique est répandu dans toute l'Europe et la Sibérie, au moins jusqu'au Baïkal. Quant à *F. viridis*, j'en ai un petit nombre d'exemplaires provenant de Varsovie, de Poltava, d'Irkutsk, des sources de la Léna et de la province d'Oussouri. Il est probable que le *F. occidentalis* Hart. de l'Amérique du Nord est une forme identique à *F. viridis* ou même à *F. formicaria*.

---

(1) *Rendiconti d. R. Accademia Lincei* (*Cl. di. Sc. fis.*), 5e série, 21. XII. 1912. p. 809-814.

Dans tous les pays où existe le *Pistacia terebinthus*, le *Forda formicaria* est une forme holocyclique et sur les racines des Graminées on y rencontre ordinairement les exilés, provenant immédiatement des émigrants. Ainsi Dina Lombardi (¹) aux environs de Rome avait évidemment affaire aux exilés de *Forda formicaria*, vivant sur les racines du froment et de l'avoine, et qui devaient provenir des émigrants; c'est pour cette raison que l'infection des semailles d'automne avait lieu en octobre, ce qui correspond à l'époque où les émigrants sortent des galles, et d'autre part tous les ailés, qui apparaissaient sur les racines depuis la fin de mars, étaient des sexupares, dont la destinée devait être de se porter sur les troncs des Pistachiers, et non sur les Graminées. Aux environs de Varsovie on remarquait exceptionnellement des *Forda formicaria* ailés (au commencement de juin) donnant naissance à une descendance mixte : en partie des sexués sans rostre et en partie des asexués, c'est-à-dire qu'il y avait à côté des ailés virginipares des ailés sexupares; mais en général dans les localités, où les *Pistacia* sont absents, presque tous les *F. formicaria* ailés sont des virginipares, et le *F. formicaria* lui-même est une forme anolocyclique.

La distribution de *F. formicaria* anolocyclique permet de juger de la distribution du *Pistacia terebinthus*, son hôte primaire, à l'époque tertiaire. Que ce *Pistacia* était répandu à l'Est au moins jusqu'au Baïkal, c'est ce que témoignent d'autres *Fordea*, qui ont pu persister dans cette région après la disparition du *P. terebinthus : Paracletus cimiciformis* (trouvé aux environs de Barnaoul) et *Geoica utricularia* Pass. (¹) (trouvé au environs d'Omsk). Si le *Forda occidentalis* de l'Amérique du Nord est vraiment le *F. formicaria* Heyd., on doit supposer que le *Pistacia terebinthus* (ou le type dont il dérive) existait aussi à l'époque tertiaire dans l'Amérique du Nord. Mais dans ce cas on s'explique difficilement l'absence en ce pays du *Paracletus cimiciformis*.

(¹) En septembre-octobre de l'année courante, j'ai établi aussi, que les *Geoica* des racines des Graminées (*Agrostis* etc. : Europe, Sibérie occidentale, Amérique du Nord) sont des exilés de *Pemphigetum utricularium* Pass. (et de l'espèce très voisine *P. muticæ* Mordv.) ou correspondent à sa forme anolocyclique (voir *C. R. de l'Acad. Sc.*, A., Leningrad, 1928).

HISTOLOGIE. — *Production expérimentale de tissu conjonctif par les amœbocytes chez* Doris tuberculata *L.* (¹). Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Joubin.

On sait l'intérêt que présentent les cultures de tissus pour l'étude de la cancérisation; mais un autre procédé a été récemment utilisé, qui est susceptible de donner des résultats aussi importants; c'est la vieille méthode de Metchnikof, d'introduction de corps étrangers dans les tissus vivants, méthode reprise par Maximow et ses élèves chez les Mammifères, et qui, chez les Invertébrés, n'a été jusqu'ici que rarement employée. J'ai recherché, pour diverses raisons, ce qu'elle donnerait chez les Mollusques, sur lesquels on ne trouve guère que les recherches récentes de Drew et de Morgan (²) chez *Pecten;* de Kedrowsky (³) et de Zawarzin (⁴) chez *Anodonta;* de Jullien chez *Sepia* (⁵).

Je me bornerai, dans cette Note, à résumer brièvement les phénomènes réactionnels consécutifs à l'introduction aseptique de stylets de celloïdine dans le manteau d'un Gastéropode marin, *Doris tuberculata*.

Les réactions commencent aussitôt après l'opération par l'accumulation progressive des amœbocytes hyalins (⁶), basophiles et acidophiles dans les tissus avoisinant le corps étranger; on peut distinguer des phénomènes *locaux* et des phénomènes *généraux*. Nous ne nous occuperons ici que des

(¹) Travail du Laboratoire de Biologie marine du Croisic.

(²) Drew and W. de Morgan, *The origin and formation of fibrous tissue produced as a reaction to injury in Pecten maximus as a type of Lamellibranchiate* (*Quart. Journ. micr. Sc.*, 55, 1910, p. 209).

(³) B. Kedrowsky, *Reaktive Veränderungen in den Geweben der Teichmuschel* (*Anodonte*) *bei Erführung von sterilem Zelloïdin* (*Virchow's Arch.*, 257, 1925, p. 815).

(⁴) A. Zawarzin, *Ueber die entzündliche Neubildung von Bindegeweben bei der Teichmuschel* (Anodonta anatina *L.*) (*Z. mikr. Anat. Forsch.*, 6, 1926, p. 508).

(⁵) Jullien, *Sur la transformation des cellules sanguines de la Seiche au cours des réactions inflammatoires aseptiques* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 526).

(⁶) Je ne distingue les éosinophiles des basophiles qu'à l'état de granulocytes. Kollmann avait déjà observé qu'il y a toutes les gammes de transition entre la basophilie et l'acidophilie dans les amœbocytes hyalins. En revanche, ce dernier auteur nie l'existence des granulocytes chez les Gastéropodes : ils sont cependant aussi nombreux chez *Doris* que chez *Anodonta*.

premiers qui se produisent dès la première heure après l'opération. Ce sont :

1° L'adhésion des amœbocytes hyalins (basophiles et amphophiles) au stylet de celloïdine sur lequel ils s'étalent (*Tigèmocytose* de Tait). Puis l'agglutination partielle de ces amœbocytes en cellules géantes, en masses plasmodiales irrégulières qui subissent en partie et dès le début une nécrobiose autolytique avec pycnose et caryorhexis. A partir de la 60e ou 70e heure, toutes les cellules mobiles du sang et du tissu conjonctif participent au processus (granulocytes éosinophiles, cellules à pigment jaune, cellules excrétrices). On y trouve même des cellules de Langer. C'est, en partie, la couche *dégénérative* de Zawarzin (disons plutôt zone *phagocytaire*, car ce n'est pas une couche continue, mais une accumulation irrégulière de masses plasmodiales et d'amœbocytes accolés ou agglutinés.

2° En même temps, et dès les premières heures, s'organise une couche cellulaire interne fixée autour du canal qui entoure l'inclusion. Celle-ci est constituée comme la précédente par des amœbocytes hyalins, mais qui passent à l'état quiescent [1] et se transforment en cellules fusiformes, allongées, à noyau longuement ovoïde, à cytoplasme libre d'inclusions, anastomosés entre eux et dont le grand axe est parallèle ou oblique par rapport au stylet de celloïdine (*fibroblastes-desmoblastes* de Chlopin et Zawarzin). Dès les premiers jours, ils forment des strates qui deviennent plus nombreuses par la suite. En même temps, ils se différencient en fibrilles conjonctives, qui, au bout de huit jours, sont assez nombreuses. L'étirement des amœbocytes actifs et l'allongement de leurs noyaux s'accusent déjà à une certaine distance de la zone néoformée. Celle-ci s'accroît par apport de nouvelles cellules mobiles, mais aussi par division amitotique. (Jamais par mitose.)

Ces deux zones, phagocytaire et fibroblastique, ont été vues par les observateurs qui ont fait des expériences analogues (Kedrowsky, Zawarsin et ses élèves, Jullien; ce dernier n'a pas observé chez la Seiche la transformation des fibroblastes en fibrilles conjonctives). Mais il est une troisième zone, occasionnelle, il est vrai, qui n'avait pas été vue jusqu'ici;

3° Cette troisième zone se forme en union avec la zone fibroblastique, et entre elle et la zone phagocytaire, sous la forme d'une couche cellulaire irrégulière, plus épaisse en certains points et qui n'est pas constante; elle forme un feuillet d'apparence épithéloïde, uni à la couche fibroblastique, où les amœbocytes agglutinés ou non entre eux ne se sont pas transformés en fibroblastes. Le cytoplasme alvéolaire et vacuolaire, plutôt basophile, à noyaux sphériques, est parfaitement délimité vers l'extérieur par une mince pellicule; on y observe très rarement des noyaux pycnotiques. Nos expériences n'ayant pu être continuées plus d'une dizaine de jours, par suite de la mort des Doris, nous ignorons le sort ultérieur de cette zone qui reste indifférenciée jusqu'au neuvième jour.

Nos résultats, qui diffèrent dans les détails de ceux observés par les

---

(1) E. Fauré-Fremiet, *Les amoebocytes des Invertébrés à l'état quiescent et actif* (*Arch. Anat. micr.*, 23, 1927, p. 99).

auteurs russes, se sont montrés assez irréguliers suivant les animaux opérés. D'autre part, les processus sont rapides les premières heures, se ralentissent ensuite, soit dans une zone, soit dans une autre, pour s'accentuer à nouveau vers la 100e heure. Ils me paraissent, en tout cas, beaucoup plus précoces que chez l'Anodonte russe, ce qui peut être attribué à la température élevée de l'été 1928.

HISTOLOGIE. — *Essai de classification des variétés de Dentine chez les Poissons*, Note de M. **J.-J. Thomasset**, présentée par M. Cayeux.

Bien que des classifications du tissu mésoblastique dentaire aient été établies, après Owen, par Ch. Tomes et Röse, une certaine confusion règne souvent chez les auteurs. Il nous a semblé, après une étude histologique de nombreuses dents de poissons fossiles et actuels, que l'on pouvait utilement reviser et compléter cette classification. Nous n'envisagerons pas ici les tissus complexes que l'on rencontre dans certaines plaques dentaires (*Chimère*, *Protoptère*, *Diodon*).

Tout d'abord, à l'exemple de Röse, on doit rejeter, du moins comme variété particulière, la *plici-dentine* de Ch. Tomes. En effet, cette variété est basée sur la disposition du tissu et non sur sa structure intime. De plus Ch. Tomes range dans cette catégorie un tissu tout à fait différent qui constitue les dents en pavés de *Myliobatis* et qui n'a rien de commun avec le type de la plici-dentine pris chez *Lepidosteus*. L'aspect plissé se rencontre dans diverses variétés de dentine et souvent il est localisé à certaines régions de la dent. Il n'y a donc pas lieu de faire de la plici-dentine une variété; et ce terme prête à confusion puisqu'il s'applique à plusieurs tissus qui se classent dans d'autres catégories.

Cette réserve faite, nous suivrons dans ses grandes lignes la classification de Ch. Tomes en la complétant. Nous distinguerons six variétés.

La dentine la moins spécialisée est l'*ostéo-dentine* qui est souvent à peu près identique à l'os. Elle ne contient pas de cellules, mais cette particularité se retrouve dans beaucoup d'os de poissons. Elle est caractérisée par des canalicules fins qui partent des canaux osseux et plongent dans la substance interstitielle sans s'anastomoser. Ils sont souvent groupés en faisceaux figurant de véritables panaches.

Par régularisation de ses éléments (canaux ou canalicules) l'ostéo-dentine passe insensiblement aux autres variétés qui semblent toutes dérivées de ce tissu primitif. En suivant cette régularisation on peut distinguer :

1° Variété osseuse non différenciée, canaux branchus, de calibre variable (Squales, quelques Téléostéens).. OSTÉO-DENTINE.

2° Canaux régularisés dans leur marche et leur calibre et purement vasculaires, formant des boucles. Pas de canalicules. Il y a une cavité pulpaire ouverte (Téléostéens).. VASO-DENTINE.

Canalicules régularisés :

3° Les canalicules régularisés partent soit des canaux périphériques d'un noyau d'ostéo-dentine (Lamnidés), soit d'un canal osseux constituant une cavité pulpaire close (Carchariidés).. PSEUDO-DENTINE.

4° Tissu formé d'un ensemble de systèmes accolés (comparables chacun à la variété précédente), comprenant un canal pulpaire avec canalicules. Dents larges, vraisemblablement composées (Myliobates, Psammodontes, Cochliodontes, Ceratodus). SYNDENTINE.

5° Canalicules à branches courtes partant à angles droits, très régularisés en direction et en calibre autour d'une cavité pulpaire ouverte (Ganoïdes, Téléostéens, Reptiles, Mammifères).. ORTHO-DENTINE.

6° Canalicules souvent peu distincts, tissu d'aspect fibreux, polymorphe, situé autour d'un massif osseux et non d'une cavité pulpaire (Squales)....... FIBRO-DENTINE.

La dentine forme un tout homogène, mais des formes de passage existent. L'origine des différentes variétés est la même, puisque les odontoblastes ne sont que des cellules osseuses spécialisées.

La pseudo-dentine a été décrite jusqu'alors comme véritable dentine. La syndentine semble bien être un tissu résultant de plusieurs germes, ainsi qu'il a été dit ; d'ailleurs elle se rencontre chez *Ceratodus* dont les dents sont composées.

Enfin la fibro-dentine, qui a été considérée comme émail et comme dentine, est vraisemblablement d'origine mixte. Elle constitue un tissu de revêtement et fait ainsi transition, par sa morphologie et son développement, avec l'émail.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude de l'oxydation sulfochromique des substances carbonées. Méthode générale de microdosage du carbone par voie humide.* Note de M. **André Boivin**, présentée par M. A. Desgrez.

On peut suivre aisément l'oxydation sulfochromique des corps carbonés en utilisant la méthode et l'appareil de Nicloux ([1]) pour le microdosage du

([1]) Maurice Nicloux, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 890, et *Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1927, p. 639-677. Ce dernier Mémoire contient la bibliographie.

carbone. La substance, pesée à la microbalance, est attaquée, dans le vide, par le mélange sulfochromique : l'acide carbonique est recueilli dans la potasse, précipité à l'état de CO^3Ba et, finalement, déterminé par alcalimétrie, pendant que l'oxyde de carbone est dosé par microeudiométrie dans les gaz extraits de l'appareil.

Tandis que nombre de substances, la plupart difficiles à brûler (cholestérine, carbazol, etc.) ne donnent jamais d'oxyde de carbone, beaucoup d'autres, par contre, peuvent en produire d'importantes quantités. C'est le cas, par exemple, pour le glucose, dont un cinquième du carbone, environ, se retrouve sous cette forme. L'adjonction de SO^4K^2, SO^4Na^2, de sels de Ag, Cu, Hg, Fe, Co, Ni, Pt, d'oxydants tels que IO^3K, NO^3Na, ClO^3K n'amène généralement pas de changement marqué. La température à laquelle se fait l'attaque n'a pas non plus d'action sensible sur le dégagement d'oxyde de carbone qui souvent se produit déjà à froid. Dans le cas de la plupart des corps solubles dans l'eau, il est pourtant un moyen de supprimer de façon presque totale la production de l'oxyde de carbone : on dissout la substance dans quelques gouttes d'eau, on ajoute un grand excès de sulfate de sodium anhydre et l'on dessèche dans le vide le magma obtenu. La substance, ainsi répartie par évaporation sur une grande surface, subit généralement une oxydation complète en CO^2, sous l'action du mélange chromique. Cela explique les bons résultats obtenus par Nicloux qui, dans son microdosage du carbone, et pour des raisons autres, a conseillé l'emploi systématique du sulfate de soude. Toutefois une technique absolument générale de dosage du carbone doit tenir compte d'une production éventuelle d'oxyde de carbone et l'on verra plus bas comment j'ai résolu le problème.

Disons tout d'abord que Simon, dans la minutieuse étude qu'il a faite de l'oxydation sulfochromique en présence du bichromate d'argent comme catalyseur, n'avait pas eu à se préoccuper de ce gaz, la quantité de carbone étant calculée d'après le *volume* de $CO^2 + CO$ dégagé.

Je dois signaler cependant qu'en l'absence d'argent et à 100°, on peut généralement, en prolongeant l'attaque durant des heures, arriver à un dégagement quantitatif de $CO^2 + CO$. On arrive souvent encore au même but, toujours sans argent mais alors très rapidement, en opérant à la température d'ébullition du mélange chromique, et l'on peut ainsi par exemple brûler correctement l'acide acétique. Cependant, à cette température élevée, l'acide chromique se décompose complètement en quelques minutes, avec dégagement d'oxygène et les corps d'attaque difficile (gra-

phite, paraffine, alcaloïdes, etc.) ne peuvent être ainsi totalement oxydés, même en présence d'argent. Au contraire, au bain-marie à 100°, la décomposition de l'oxydant est extrêmement lente, ce qui permet de prolonger l'oxydation autant qu'on le désire. Enfin il convient de noter que l'acide sulfurique employé ne doit pas renfermer plus de 1 à 2 pour 100 d'eau, sous peine de laisser certains corps inattaqués, l'urée entre beaucoup d'autres.

Méthode générale de microdosage du carbone (¹) :

Principe et appareil. — Attaque sulfo-argento-chromique, une demi-heure au bain-marie bouillant. L'appareil employé est celui de Nicloux, modifié de façon telle que l'oxyde de carbone éventuellement produit puisse être brûlé, dans la boule même où se trouve la potasse, par un fil de platine porté au rouge grâce à un courant électrique (²).

Résultats. — De nombreux corps purs solides ont été pesés à la microbalance, des précipités ont été recueillis sur de minuscules filtres de Pregl de construction spéciale, des liquides ont été pesés en petites cupules ou en fines ampoules et toutes ces substances ont été soumises au dosage du carbone. Ces résultats se sont montrés excellents, l'erreur relative courante ne dépassant pas 1 pour 100 pour 2 à 3^{mg} de carbone. On a ainsi brûlé, entre autres substances :

Des sucres, des acides aminés, des hétérocycliques azotés, des alcaloïdes, des corps terpéniques, des hydrazones, des osazones, des semi-carbazones, des oximes, des picrates; l'alcool et l'aldéhyde éthyliques, l'oxyde d'éthyle, l'acétone, le benzène. Diverses protéines, la soie, la cellulose, la cire, le bois, le liège, la colophane, le caoutchouc, la paraffine, la houille, le graphite, la terre végétale, ont donné un parfait accord avec le dosage du carbone pratiqué d'autre part selon Pregl. Seuls ont conduit à un échec : le diamant et le carborundum absolument non attaqués et les aciers d'attaque extrêmement lente, en milieu anhydre.

Applications. — Cette méthode générale de dosage du carbone offre, en particulier, deux possibilités intéressantes :

1° On peut évaluer commodément et avec une grande rapidité la teneur en carbone d'un composé quelconque, pesé à la microbalance. Si la précision

---

(¹) Tous les détails seront publiés dans d'autres recueils.

(²) L'oxygène nécessaire, provenant de la décomposition de l'acide chromique, est fourni en fin d'attaque par un chauffage direct sur une petite flamme.

n'égale pas celle du « Pregl » correctement exécuté, elle ne s'en éloigne pourtant pas beaucoup.

2° On peut surtout, sans microbalance et par simple évaluation du carbone dans des précipités recueillis sur des petits filtres de Pregl spéciaux, doser de très nombreux corps intéressant les biochimistes, corps engageables en combinaisons insolubles : complexes cupriques et mercuriels, osazones, picrates, picrolonates, chloroplatinates, phosphotungstates, silicotungstates, pour ne citer que ceux que nous avons particulièrement étudiés.

PROTISTOLOGIE. — *Identité des genres* Grahamella *Brumpt* 1911 *et* Bartonella *Strong, Tyzzer, Brues, Sellards et Gastiaburu* 1915. Note de M. **E. Brumpt**, présentée par M. F. Mesnil.

En examinant le sang de cent deux taupes capturées aux environs de Cambridge (Angleterre), G. S. Graham-Smith a découvert en 1905, dans les hématies de dix d'entre elles, des corpuscules particuliers dont il admit la nature parasitaire, mais que d'autres auteurs identifièrent aux granulations basophiles observées dans les globules rouges de nombreux mammifères. L'étude du sang d'une taupe capturée à Chantilly (Oise), en septembre 1911, renfermant ces germes, me permettait de conclure que les éléments découverts par Graham-Smith étaient certainement des parasites. Je donnais à ces êtres le nom de *Grahamella talpæ* n. g. n. sp. et je résumais les caractères du genre dans la diagnose suivante :

« Genre *Grahamella* Brumpt 1911. Protiste. Parasites arrondis ou bacilliformes vivant dans les hématies des vertébrés, se reproduisant par division transversale et par bourgeonnement. Espèce type : *Grahamella talpæ* dont les caractères sont décrits dans le travail de Graham-Smith et dans la Note ci-dessus. »

Depuis cette époque les *Grahamella*, dont la détermination spécifique est à peu près impossible dans l'état actuel de nos connaissances, ont été rencontrées dans le sang de 21 espèces de rongeurs, de 3 insectivores, de 3 cheiroptères, d'un singe, d'un chien et peut-être aussi d'un bœuf.

A l'époque (1905) où Graham-Smith décrivait les parasites du sang des taupes, un médecin péruvien, Barton, observait dans les hématies de deux personnes souffrant de la fièvre d'Oroya, forme initiale de la *Verruga peruviana*, des éléments ressemblant à des bacilles et il en signalait l'existence aux membres de la *Sociedad Medica Union Fernandina*.

En 1909 ce même auteur retrouvait ces parasites dans le sang de quatorze

malades et admettait qu'il s'agissait probablement de protozoaires déterminant la fièvre d'Oroya. Les corps de Barton furent retrouvés par différents auteurs qui, comme dans les cas de *Grahamella*, nièrent leur nature parasitaire. Cette dernière fut cependant admise par Darling (1911), puis par les membres de la mission dirigée par Richard Strong, qui donnèrent en 1915 aux germes vus par Barton le nom de *Bartonella bacilliformis* n. g. n. sp. en indiquant d'ailleurs la très grande parenté avec ceux que j'avais classés dans le genre *Grahamella*. Ces auteurs donnèrent du genre *Bartonella* la diagnose suivante :

Genre *Bartonella* Strong, Tyzzer, Brues, Sellards et Gastiaburu 1915. Diagnose : organismes arrondis ou en bâtonnets, formant parfois des chaînes constituées d'éléments en voie de division; multiplication par division transversale; cytoplasme et substance chromatique souvent difficiles à différencier; pourvus d'un certain degré de motilité; parasites des globules rouges.

Ce qui semblait caractériser tout particulièrement les *Grahamella*, c'était leur innocuité pour les animaux qui les hébergeaient; le seul auteur qui leur ait attribué un rôle pathogène est O'Brien, cité par Macfie en 1915, qui, dans un rapport du laboratoire d'Accra pour l'année 1911, a signalé la coïncidence de symptômes morbides chez des Rats géants (probablement *Cricetomys gambianus*) présentant d'assez nombreuses hématies parasitées.

Depuis quelques années, des faits très importants concernant une anémie parasitaire, cliniquement très voisine de celle observée chez l'homme atteint de la fièvre d'Oroya, ont été observés chez les rats splénectomisés.

En 1924 Domagk remarque que, contrairement à ce qui s'observe chez les autres mammifères, y compris l'homme, les rats supportent mal la splénectomie et succombent souvent avec des symptômes d'anémie pernicieuse. Ces faits sont confirmés en 1925 par Dobrovolskaia et Samssonow et par E. Lauda qui démontra en outre la nature infectieuse de cette anémie en la transmettant à des rats splénectomisés ayant bien supporté l'opération. Le parasite déterminant cette curieuse anémie expérimentale fut rencontré en abondance par M. Mayer, Borchardt et Kikuth (1926) dans les hématies des 15 rats qu'ils privèrent de leur rate. Mais ce germe, que M. Mayer qui l'avait déjà rencontré (1921) dans le sang d'animaux trypanosomés traités par le Bayer 205, croyait nouveau et avait nommé *Bartonella muris*, semble en réalité identique à un parasite que j'avais trouvé plusieurs fois dans le sang des surmulots de Saô-Paulo (Brésil) en mai et juin 1914, parasite trouvé indépendamment par Carini en 1915, également à Saô-Paulo, et désigné par cet auteur sous le nom de *Grahamella muris*. Il est en effet

incontestable que le parasite déterminant l'anémie des rats appartient au même genre que le parasite signalé par Graham-Smith chez la taupe en 1905. En effet, en examinant chaque jour le sang de 12 rats d'un élevage entretenu à mon laboratoire depuis 1919 et splénectomisés par mon ami le Dr Pozerski, j'ai pu constater sans peine l'anémie pernicieuse, observée parfois dans le sang plus de 80 pour 100 d'hématies infectées par des colonies de *Grahamella* et identifier certaines de leurs formes tout au moins avec celles rencontrées dans les préparations de sang de surmulot (*Mus decumanus* = *E. norvegicus*) faites par moi à Saô-Paulo en 1914. Il résulte donc de mes études que la *Bartonella muris* Mayer 1921 doit tomber en synonymie et que le nom de *Grahamella muris* Carini 1915 doit être adopté pour ce très intéressant parasite qui vit à l'état latent dans 100 pour 100 des rats de certains élevages et est totalement absent dans d'autres.

En comparant les frottis de sang des rats splénectomisés avec des frottis provenant de divers malades atteints de la fièvre d'Oroya, que je dois à l'obligeance de mon collègue le professeur R. E. Ribeyro, de Lima, frottis renfermant parfois 97 pour 100 de globules infectés, on ne relève entre les parasites des infections aiguës à *Grahamella muris* du rat et ceux des infections aiguës à *Bartonella bacilliformis* de l'homme que des différences spécifiques. Il est certain que ces deux germes, comme tous ceux déjà signalés chez les mammifères, doivent être réunis dans un genre unique qui, par application des lois de la priorité, doit être celui de *Grahamella*, créé en 1911, tandis que celui de *Bartonella* n'a été créé qu'en 1915.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Expériences faites en Grèce sur le mode de transmission de la « dengue ».* Note (¹) de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, présentée par M. Calmette.

De nombreux expérimentateurs et plus spécialement Siler, Hall et Hitchens ont montré que la « dengue » était transmise par le moustique *Stegomyia fasciata*. Pour précis qu'aient été les travaux auxquels nous faisons allusion, il est difficile d'étendre leurs conclusions aux autres régions que celles où ils ont été faits.

Ceci tient surtout à ce que le mot « dengue » n'a pas en pathologie un sens très défini, et cela est surtout vrai sur les rives de la Méditerranée où

(¹) Séance du 26 novembre 1928.

le mot « dengue » a été employé couramment pour désigner la *fièvre de trois jours* [1].

La confusion qui s'est faite autour du mot « dengue » entre deux maladies voisines a conduit à cette conception que la dengue est transmise en Orient par le *Phlébotome*, en Afrique par le *Stegomyia* et peut-être aussi le *Culex* [2].

Il est indispensable de débrouiller un peu ces faits et d'établir quel est, en Méditerranée, le mode de transmission de la dengue, mode de transmission qu'il importe tout particulièrement de connaître pour s'efforcer d'en préserver les pays non encore touchés par la pandémie de cet été.

Voici les résultats brièvement résumés auxquels nous ont conduits les recherches que nous poursuivons à Athènes depuis l'apparition de la pandémie.

Premier fait démontré par nos expériences. — *Les Stegomyias nourris sur un malade atteint de dengue sont infectés. Les Stegomyias prélevés à Athènes, dans des chambres où il y a eu des malades, sont infectés.*

Pour démontrer ces faits nous avons procédé de la façon suivante : nous avons préparé deux lots de Stegomyias. Le premier comprenait des individus recueillis et nourris à Athènes, à trois reprises, sur un malade atteint de dengue; le second, des moustiques recueillis dans des chambres où avaient été alités des malades. Comme il y avait à craindre qu'à Athènes il fût difficile de trouver des sujets réceptifs, et surtout qu'une infection spontanée ne troublât les résultats de nos expériences, nous les avons faites loin des régions infectées.

Dans une petite île située dans la baie de Mirabello, à l'est de la Crète, en un lieu parfaitement isolé et écarté de tout foyer de dengue, trois volontaires ont été inoculés sous la peau avec le produit du broyage, en eau physiologique, de 7 Stegomyias recueillis 8 jours auparavant à Athènes. L'un réagit 7 jours plus tard, le second 8 et le troisième 9 jours après l'inoculation. Deux autres volontaires sont inoculés avec le produit de broyage, en eau physiologique, de 6 Stegomyias pris à Athènes, mais nourris 4 jours auparavant sur un malade atteint de dengue. Les deux volontaires réagissent 7 jours après l'inoculation [3].

---

[1] Voir la plupart des traités cliniques de médecine, de langue française.

[2] V. Perves, *Épidémie de « dengue » au centre de la marine à Dakar* (*Arch. de Méd. navale*, 2, 1928, p. 173).

[3] Il est probable, comme le montre le paragraphe suivant, que ces moustiques du deuxième lot étaient infectieux, non à cause de leur repas infectant, mais parce que déjà infectés.

Deuxième fait. — *Les Stegomyias, infectés sur un malade, transmettent la dengue par piqûre 9 jours après le repas infectant et restent infectants au moins 28 jours après ce repas.*

Pour établir ce fait, corollaire du premier, nous avons effectué de très nombreuses expériences dont une seule suffira à la démonstration.

Des Stegomyias vierges, c'est-à-dire provenant d'un élevage du laboratoire, sont infectés à trois reprises consécutives par piqûres de malades atteints de dengue typique, au premier ou au deuxième jour de leur maladie.

Ces Stegomyias sont ensuite nourris sur des sujets neufs, dans un endroit indemne de dengue et parfaitement isolé. Nous faisons piquer ces sujets 6, 9, 12, 20, 28 jours après le dernier repas infectant. Tous les sujets s'infectent, sauf celui qui a été piqué par des stegomyias infectés depuis 6 jours.

Troisième fait. — *Les Stegomyias prélevés dans une maison où il y a eu de la dengue peuvent être infectés et transmettre la maladie par piqûre.*

En voici la démonstration : de nombreux Stegomyias sont capturés dans un quartier d'Athènes où l'infection a été très intense. Trois sujets volontaires sont piqués par ces moustiques, toujours dans des conditions d'isolement parfaites. L'un d'eux, piqué par 30 moustiques, réagit après une incubation de 8 jours.

Quatrième fait. — *Les moustiques, du genre Culex, infectés sur des malades atteints de dengue, n'ont pas transmis l'infection par piqûre.*

Un lot de moustiques du genre *Culex*, comprenant en presque totalité l'espèce *Culex pipiens*, un *Culex apicalis* et quelques exemplaires que nous rapportons à l'espèce *Culex laticinctus*, sont nourris à quatre reprises sur des malades atteints de dengue. Les malades sont les mêmes que ceux qui ont infecté les Stegomyias dans l'expérience rapportée au paragraphe 2. Sept sujets neufs, placés dans les mêmes conditions que ceux des expériences précédentes, ont été piqués, tour à tour, par les moustiques 5, 10, 15, 18, 22 et 34 jours après leur dernier repas infectant. Aucun des sujets n'a réagi. Leur sang ne s'est pas montré virulent.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Essais de transmission de la fièvre exanthématique de Marseille par les poux.* Note de MM. **Et. Burnet**, **P. Durand** et **D. Olmer**, présentée par M. Calmette.

Malgré l'absence à peu près constante de poux sur les malades atteints de fièvre de Marseille, les rapprochements tentés de divers côtés entre cette affection et le typhus donnent un vif intérêt à des essais de transmission de la maladie marseillaise par ces parasites. Nous avons opéré avec deux lots de poux (*Pediculus vestimenti*) recueillis sur des individus d'une région indemne de fièvre de Marseille. Les poux ont été nourris, matin et soir, avec les précautions habituelles, sur des singes en pleine évolution de fièvre de Marseille expérimentale. En dehors des périodes où nous avions à notre disposition des singes infectés et fébriles, les repas étaient donnés sur des singes non infectés.

Le pouvoir infectant des parasites a été recherché par inoculation de poux broyés, procédé évidemment différent de ce qui peut se passer dans la nature. Mais il s'agissait de recherches préliminaires, pour lesquelles le moyen d'infection le plus brutal et le plus massif a paru préférable.

Expérience I. — Les repas infectants ont été pris matin et soir sur les singes suivants :

Dates des repas.	Singes fébriles	Température du singe. M.	S.
16 août	Bonnet chinois	40°	40°,5
17 »	»	39,5	»
17 »	Cynomolgus	»	41
18 »	»	40,2	40,5
19 »	»	39,6	40,5
20 »	»	39,5	40,2
20 »	»	38,9	39,4

Du 22 au 26 août, les mêmes singes servent à nourrir les poux. Mais ils n'ont plus de fièvre et leur température oscille entre 38°,7 et 39°,1.

Le 26 août, les 31 poux qui constituent le lot sont broyés et inoculés sous la peau d'un Bonnet chinois et d'un Patas. Le premier singe n'éprouve dans la suite aucune élévation de température. Le second présente dès le 4ᵉ jour une fièvre peu élevée, trop précoce pour être qualifiée de fièvre exanthématique expérimentale. Pour en déterminer la nature, on prélève par ponction cardiaque 10$^{cm^3}$ de sang dont 5$^{cm^3}$ sont inoculés dans le péritoine d'un second Patas et 5$^{cm^3}$ sous la peau d'un collègue qui, sachant que la maladie est très bénigne, veut bien se prêter à cette épreuve.

Aucune de ces deux inoculations ne détermine de fièvre dans les 30 jours qui suivent.

Expérience II. — Les repas infectants sont pris matin et soir sur les singes suivants :

Dates des repas.	Singes fébriles.	Température du singe. M.	Température du singe. S.
16 septembre.	Callitriche 1	40°,4	40°,4
22 »	Callitriche 2	40	40,2
23 »	(passage positif à partir du précédent)	39,5	40
24 »	Deuxième jour de la maladie expérimentale, qui a été très courte.	39,3	39,5

Du 16 au 21 septembre inclus et à partir du 24 septembre les poux sont nourris sur des singes en bonne santé.

Le 30 septembre, 10 poux sont broyés et inoculés à un callitriche. Le 2 octobre, les 5 poux restants sont broyés et inoculés sous la peau d'un autre sujet volontaire.

Ni l'une ni l'autre de ces inoculations ne provoque de réaction quelconque dans les trente jours qui suivent.

Conclusion. — Des poux nourris sur des singes atteints de fièvre de Marseille ont été broyés et inoculés à des singes normaux et à deux sujets volontaires, les repas infectants s'échelonnant de 5 à 17 jours avant l'inoculation. Toutes les inoculations ont été négatives.

Ces expériences parlent contre l'hypothèse de la nature typhique du virus de la fièvre exanthématique de Marseille.

A 16h30m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'octobre 1928 (*suite et fin*).

Leçons sur quelques équations fonctionnelles avec des applications à divers problèmes d'analyse et de physique mathématique, par Émile Picard, rédigées par Eugène Blanc. Fasc. III des *Cahiers scientifiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. $25^{cm},5$.

Démocrite. Doctrines philosophiques et réflexions morales, par Maurice Solovine. Paris, Félix Alcan, 1928; 1 vol. $18^{cm},5$. (Présenté par M. Urbain.)

Recueil des travaux botaniques néerlandais. Vol. XXV^{A}. *Volume jubilaire Hugo de Vries, 16 février* 1928. Amsterdam. J. de Bussy, 1928; 1 vol. $22^{cm},5$.

Mémorial des Sciences physiques. Fasc. III. *Propriétés électriques et magnétiques des flammes*, par Georges Moreau. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

A Burgonyavész gombájának ökologiája, par H. Schilberszky. Budapest, Wodianer F. ès Fiai, 1928; 1 fasc. 28^{cm}.

Cahiers du Service géographique de Madagascar. N° 1. *La nouvelle projection du Service géographique de Madagascar*, par le commandant Laborde. N° 2. *Détermination de la longitude de Nossi-Be en* 1926, par le capitaine Le Page. Tananarive, 1928; 2 fasc. $35^{cm},5$. (Présenté par le général Perrier.)

Vie d'Ernest Solvay, imprimée par ordre de Mme Solvay pour ses parents et amis Bruxelles, 1928; 1 vol. 30^{cm}. (Présenté par M. Perrin.)

Cahiers du Service géographique de l'armée. *Rapport sur les travaux exécutés en* 1925 *et* 1927. Paris, Service géographique de l'armée, 1928; 1 vol. 25^{cm}.

Les bases physico-chimiques de la distillation, par Jean Barbaudy, préface de H. Le Chatelier. Fasc. V du *Mémorial des Sciences physiques*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. $25^{cm},5$.

Ouvrages reçus pendant les séances de novembre 1928.

Aperçu sur le rôle des astéroïdes dans la physique du monde (1er volume), par le général Chapel. Paris, Berger-Levrault, 1928; 1 vol. $24^{cm},5$.

Le colonel Aimé Laussedat, sa jeunesse, le soldat, le savant. Conférences faites à Moulins à la Société des Conférences bourbonnaises les 19 janvier et 19 octobre 1927, par M. Georges Bruel. Moulins-sur-Allier, Imprimerie bourbonnaise, s. d.; 1 fasc. $23^{cm},5$.

La balance à calcul de Stanislas Millot. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. $25^{cm},5$.

Automates. Machines automatiques et machinisme, par ALFRED CHAPUIS, Genève, S. A. des publications techniques, 1928; 1 vol. 20cm.

Origine des phénomènes de l'atmosphère. Application à la prévision des cyclones de la mer des Antilles et du golfe du Mexique, par C. LAFOREST-DUCLOS. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 22cm.

Voyage zoologique d'Henri Gadeau de Kerville en Asie Mineure (avril-mai 1912). Tome second et dernier : *Poissons*, par le Dr JACQUES PELLEGRIN. *Batraciens et Reptiles*, par G.-A. BOULENGER. *Mammifères*, par MAX KOLLMANN. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1928; 1 vol. 25cm,5.

An Account of the Echinoidea, by RENÉ KOEHLER. Calcutta, published by the Director zoological survey of India, 1927; 1 vol. 32cm.

Esquisse géologique de l'Afrique équatoriale française, du Cameroun et des régions voisines à l'échelle de $\frac{1}{3000000}$, par MARCEL E. DENAEYER. Uccle, E. Patesson et fils, 1928; 1 carte.

Afrique équatoriale française. Région du chemin de fer Océan-Brazzaville. Esquisse géologique, à l'échelle de $\frac{1}{3000000}$, par MARCEL DENAEYER. Uccle, E. Patesson et fils, 1920; 1 carte.

Annales du Musée du Congo belge. Tervueren (Belgique). Zoologie, série I. Matériaux pour la Faune du Congo Tome III. Fascicule 1. *Poissons du Chiloango et du Congo*, recueillis par l'expédition du Dr H. Schouteden (1920-1922), par le Dr JACQUES PELLEGRIN. Bruxelles, Falk, 1928; 1 fasc. 37cm.

En relisant Lucrèce, par ÉDOUARD IMBEAUX. Paris, Jouve et Cie, 1929; 19cm.

Sur deux fresques de Giotto à Assise, par M. le Dr ED. IMBEAUX, Nancy, Berger-Levrault, s. d.; 1 fasc. 22cm.

La classification hélicoïdale des éléments chimiques, par CHARLES JANET. Beauvais, Imprimerie départementale de l'Oise, novembre 1928; 1 fasc. 25cm.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, prince souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de M. JULES RICHARD. Fascicule LXXIX : *Spongiaires de l'Atlantique et de la Méditerranée, provenant des croisières du prince Albert Ier de Monaco*, par ÉMILE TOPSENT. Imprimerie de Monaco, 1928; 1 vol. 35cm.

Théorie ionique de l'excitation des tissus vivants, par P. LASAREFF in *Collection de Monographies scientifiques étrangères publiée sous la direction de M. G. Juvet*. Paris, Blanchard, 1928; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. d'Arsonval.)

Dispositifs nouveaux à utiliser sur le bâtiment guide de toute escadre en formation de brume pour la sécurité de celles de ces escadres dont les routes se croiseraient dangereusement, par F.-E. FOURNIER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 22cm,5.

Sur l'aérodynamique des ailes sustentatrices et des hélices, par MAURICE ROY, préface de M. HENRI VILLAT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25cm.

Stabilité, centrage et maniabilité des avions dans le vol longitudinal. Empennages et gouvernes de profondeur, par MAURICE ROY. Paris, Chiron, 1928; 1 vol. 25cm.

La matière fulminante, par E. MATHIAS. Paris, Librairie de l'Enseignement technique, 1928; 1 fasc. 24cm.

Atlas of Egypt, a Series of Maps and Diagrams with descriptive Text illustrating

the Orography, Geology, Meteorology and Economic Conditions, by HUSSEIN BEY SIRRY. Survey of Egypt, Giza, 1928; 1 atlas 72 × 85cm et une notice explicative.

Science et civilisation. Éléments de biologie marine, par L. JOUBIN. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 19cm.

Cours de résistance des matériaux, par A. MESNAGER. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 25cm,5.

L'Évolution de la Métallurgie, par LÉON GUILLET. Paris, Félix Alcan, 1928; 1 vol. 18cm,5.

L'Offrande à Mercure. Remarques sur les affaires, par CHARLES ROSZAK. Paris, Alexis Redier, 1928; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. Guillet.)

Nouveau comparateur approprié à la mesure des spectrogrammes destinés à la détermination des vitesses radiales, par MAURICE HAMY. Extrait de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 1928; 1 fasc. 24cm.

Faune de France. 19. *Hyménoptères vespiformes*. II. *Eumenidæ, Vespidæ, Masaridæ, Bethylidæ, Dryinidæ, Embolemidæ*, par L. BERLAND. Paris, Paul Lechevalier, 1928; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

Encyclopédie ornithologique. L'effraye commune en Vendée, par G. GUÉRIN. Paris, Paul Lechevalier, 1928; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Bouvier.)

Société de biogéographie. *Contribution à l'étude du peuplement des hautes montagnes*, par MM. ALLORGE, BENOIST, CHEVALIER, CHOPARD, GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HEIM, HUMBERT, JEANNEL, JOLEAUD, LAVAUDEN, MAIRE, DE MARTONNE, MOTAS, DE PEYERIMHOFF, PITTARD, SAINTE-CLAIRE DEVILLE, SCHARF, UVAROV et VANDEL. Paris, Paul Lechevalier, 1928; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

Monographie, par H. FRÉCHET et H. ROULLET. Paris, Armand Colin, 1928; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Encyclopédie de Chimie industrielle. *Procédés modernes de fabrication de l'acide sulfurique. Chambres de plomb*, par L. PIERRON. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1929; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. C. Matignon.)

Blood, a Study in General Physiology, by LAWRENCE J. HENDERSON. New Haven, Yale University Press, 1928; 1 vol. 23cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)